

豊島岡女子学園中学校

算数 完全攻略

第1部 年度別解法 / 第2部 パターン別攻略

目次

第1部 年度別解法	3
2025年度 第1回	3
第2部 パターン別攻略	20
速さ	20

第 1 部 年度別解法

2025 年度 第 1 回

1 次の各問いに答えなさい。

(1)
$$\left(77 \div 17 - 3\frac{1}{34}\right) \times \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right)$$

を計算しなさい。

(2) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, … のように、4 と 9 を使うことなく 1 から順に整数を並べたとき、85 は小さい方から数えて何番目ですか。

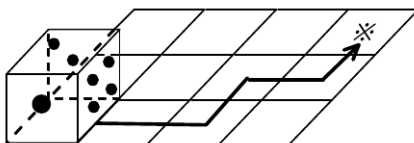
(3) お菓子をあるグループに 1 人 4 個ずつ配ろうとすると 23 個余り、1 人 6 個ずつ配ろうとすると、最後から 3 人目の人に配っている途中でなくなり、最後の 2 人は 1 個ももらえないそうです。このグループの人数として考えられる最も多い人数は何人ですか。

(4) 405 と の最大公約数は 45、最小公倍数は 2025 です。 にあてはまる数はいくつですか。

2 次の各問いに答えなさい。

(1) ある容器に濃度が 8% の食塩水が 720g 入っています。この容器から、 g の食塩水を捨て、かわりに濃度が 14% の食塩水を捨てた食塩水と同じ量を容器に入れたところ、容器の食塩水の濃度は 10% になりました。 にあてはまる数はいくつですか。

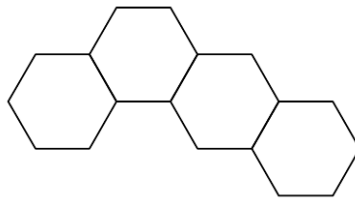
(2) 下の図のように、あるさいころをマス目にぴったりと重ねて置きます。このとき、上から見える目は 2 です。これを図の矢印の方向に、※の位置までマス目に合わせてすべらないように転がしたとき、上から見える目はいくつになりますか。1 から 6 までの整数で答えなさい。ただし、このさいころの向かい合った面の目の和は 7 であるとしします。



(3) 豊子さんが、静水時の速さが分速 450 m のボートに乗り、流れる速さが分速 50 m である川を上って目的地に行きます。ところが、ある地点で浮き

輪を落としてしまい、しばらくの間気付かずに進み続けてしまいました。その後、気付くとすぐに引き返し、流されていた浮き輪を見つけるとすぐに拾って手に取り上がりましたが、予定の到着時刻より18分遅く目的地に到着しました。豊子さんは、浮き輪を落としてから何分後にそのことに気がつきましたか。

- (4)下の図は、同じ大きさの正六角形4個を、辺と辺をぴったりと重ねて作った図形です。同様に、同じ大きさの正六角形4個を、辺と辺をぴったりと重ねて作った図形は、下の図も含めて全部で何通り作ることができますか。ただし、回転や裏返しをして重なるものは1つに数えます。



3 下の図のような、7つのマス目があります。

--	--	--	--	--	--	--

このマス目に、次の規則で数を入れます。

【規則 1】

左から 1 番目と 2 番目に、1 以上の整数を 1 つずつ入れる。

【規則 2】

左から 3 番目には、左から 1 番目の数と 2 番目の数の和を入れる。同様に、左から 4 番目の数から左から 7 番目の数までは、その 1 つ左の数と 2 つ左の数の和を入れる。

例えば、左から 1 番目に 3、左から 2 番目に 2 を入れた場合、7 つの数は次のようになります。

3	2	5	7	12	19	31
---	---	---	---	----	----	----

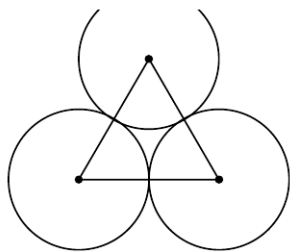
このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1)規則にしたがって 7 つの数を入れたところ、左から 5 番目の数が 17、左から 7 番目の数が 44 になりました。このとき、左から 1 番目に入れた数はいくつですか。
- (2)左から 1 番目の数を 5 として、規則にしたがって 7 つの数を入れたところ、左から 7 番目の数が 201 になりました。このとき、左から 2 番目に入れた数はいくつですか。
- (3)規則にしたがって 7 つの数を入れたところ、左から 7 番目の数が 267 になりました。このとき、左から 1 番目の数と左から 2 番目の数の組み合わせとして考えられるものは全部で何通りありますか。

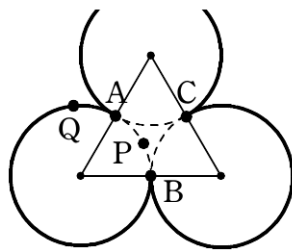
4 次の各問いに答えなさい。

- (1)下の＜図 1＞は、1 辺の長さが 2 cm の正三角形の頂点を中心とする半径 1 cm の円が 3 個くっついている図形です。この図の、三角形の内側にある円周の部分点を点線、三角形の外側にある円周の部分点を太線であらわしたものが＜図 2＞です。＜図 2＞において、円と円がくっついている点を、図のようにそれぞれ A, B, C とし、点 A から 2 点 P, Q が同時に出発し、速

さを変えることなく移動することとします。点 P は点線部分を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ と移動し続けます。点 P が点 A から点 B までに移動にかかる時間は 1 秒です。点 Q は点 P と同じ速さで、太線部分を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ と移動し続けます。2 点 P, Q が同時に点 A を出発した後に、初めて重なるのは出発してから何秒後ですか。

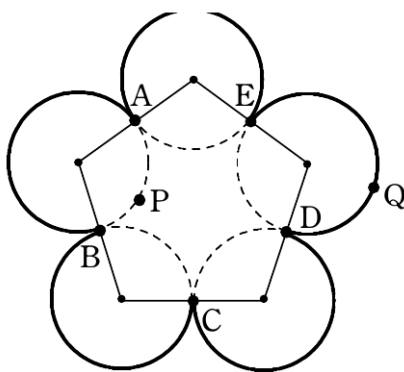


<図 1>



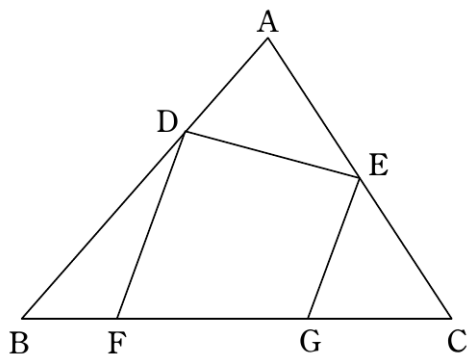
<図 2>

(2)(1)と同様にして、1 辺の長さが 2 cm の正五角形の頂点を中心とする半径 1 cm の円が 5 個くっついている図形が<図 3>です。<図 3>において、円と円がくっついている点を、図のようにそれぞれ点 A, B, C, D, E とし、点 A から点 P が、点 D から点 Q が同時に出発し、速さを変えることなく移動することとします。点 P は点線部分を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ と移動し続けます。点 P が点 A から点 B までに移動にかかる時間は 1 秒です。点 Q は点 P と同じ速さで、太線部分を $D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow \dots$ と移動し続けます。2 点 P, Q が初めて重なるのは出発してから何秒後ですか。



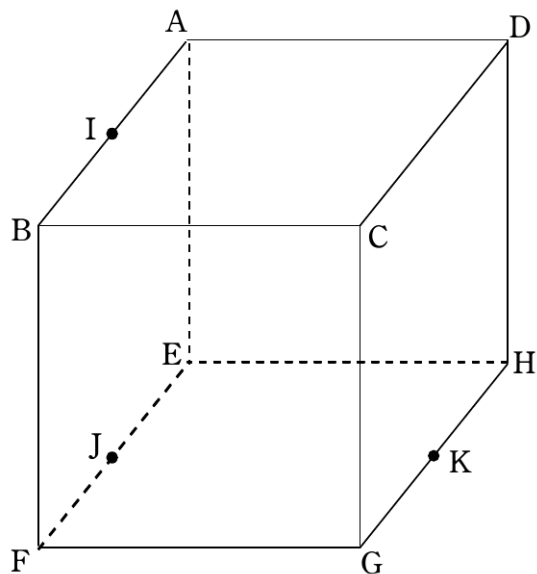
<図 3>

5 下の図のように、三角形 ABC において、辺 AB 上に点 D、辺 AC 上に点 E を、辺 BC 上に点 F, G をとったところ、 $AD : DB = 1 : 2$ 、 $AE = EC$ となり、直線 DF と直線 EG が平行になりました。三角形 ABC の面積が 144 cm^2 、四角形 DFGE の面積が 70 cm^2 であるとき、次の各問いに答えなさい。



- (1) $DF : EG$ を求めなさい。
- (2) $BF : FG : GC$ を求めなさい。

- 6 図のように立方体 $ABCD - EFGH$ があり、点 I, J, K はそれぞれ辺 AB, EF, GH の真ん中の点です。このとき、次の各問いに答えなさい。



- (1) 3点 F, H, I を通る平面でこの立方体を切ったときの点 E を含む立体を X とします。このとき、立体 X の体積は立方体 $ABCD - EFGH$ の体積の何倍ですか。
- (2) 3点 F, H, I を通る平面と 3点 A, J, K を通る平面でこの立方体を切ったときの点 E を含む立体を Y とします。このとき、立体 Y の体積は立方体 $ABCD - EFGH$ の体積の何倍ですか。
- (3) この立方体の辺 EF 上に点 L を $EL : LF = 1 : 2$ となるように取ります。直線 DL は、点 D と点 L の間で、(2) でできた立体 Y のある面で一度だけ交わります。その点を M とするとき、 $DM : ML$ を求めなさい。

解答・解説

大問 1

(1)

着眼点 $77 \div 17$ を割り切らずに分数のまま残すのがコツ。 $\frac{1}{34}$ と組み合わせると分母 34 で通分できる。

【解法】 $77 \div 17 = \frac{77}{17} = \frac{154}{34}$

$$3\frac{1}{34} = \frac{103}{34}$$

$$\frac{77}{17} - 3\frac{1}{34} = \frac{154}{34} - \frac{103}{34} = \frac{51}{34} = \frac{3}{2}$$

$$\text{次に、} \frac{4}{9} - \frac{3}{7} = \frac{28}{63} - \frac{27}{63} = \frac{1}{63}$$

$$\text{かけ算: } \frac{3}{2} \times \frac{1}{63} = \frac{1}{42}$$

答 $\boxed{\frac{1}{42}}$

(2)

着眼点 各位で「4 と 9 以外」の数字が使える。1 の位は 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 の 8 通り、十の位も同じ。10 進数を「8 個の数字しか使わない数体系」(=8 進数)で書き直す要領。

【解法】 使える数字 8 個を小さい順に並べると 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8。

「並んだ数を小さい順に数える」のは、その 8 個を 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 と読み替えて 8 進数の数え方をすることと同じ。

例: 「並びの n 番目の数」を求めるには、

1. n を 8 で割った商を 10 の位、余りを 1 の位にする(= n を 8 進数で書く)。
2. 各位の数字が 4 以上なら 1 ずつ大きくして「実際に使う数字」に直す。

逆に、85 を上のルールで戻す:

- 1 の位 5 → 元の数字に戻すと 6 (5 は使える)。... いや 85 の各位は 8 と 5。
- 85 の十の位 8 → 8 は使う数字なので、「使う側で 8 番目の数字」と読む。
並びを 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 とすると 8 は 7 番目(0 始まり)、つまり並びでは「7」に対応。
- 1 の位 5 → 並びでは 4 番目(0 始まり)に対応、つまり「4」。
- よって 85 は、並びの番号でいうと $7 \times 8 + 4 = 60$ 番目。

答 $\boxed{60 \text{ 番目}}$

親向け補足 (中学以上の数学)

これは「8進法 $\leftrightarrow$ 4 と 9 を抜いた 10 進数」の 1 対 1 対応です。一般に「使う数字を k 個に限った数列の第 n 項」は n を k 進数表示してから各位を対応表で置き換えることで求まります。

(3)

着眼点 「最後の 2 人は 1 個ももらえない」=「6 個ずつ配ろうとして、配るお菓子が途中で足りなくなった」状態。最後から 3 人目は「もらった人」、最後から 2 人目・1 人目は「もらえなかった人」。最後から 3 人目に配った瞬間の残り個数は 1~5 個のいずれか(=6 個より少ない)。

【解法】 人数を ①、お菓子の総数を ② とおく。

- 4 個ずつなら 23 個余る $\rightarrow$ ② = $4 \times$ ① + 23
- 6 個ずつなら、(① - 3) 人にちょうど 6 個ずつ配り、最後から 3 人目に「1 個以上 6 個未満」配れた。

最後から 3 人目に配ったあとの残り = 0 個(2 人にあげるはずだったがゼロ)。

最後から 3 人目には、6 個ではなく 1~5 個のいずれかを配って終わり。

よって総数 = $6 \times$ (① - 3) + r 、ここで r は 1, 2, 3, 4, 5 のどれか。

$$4 \text{ ①} + 23 = 6 \text{ ①} - 18 + r \quad 2 \text{ ①} = 41 - r \quad \text{①} = (41 - r) \div 2$$

① は整数なので r は奇数: $r = 1, 3, 5$ 。

- $r = 1 \rightarrow$ ① = 20
- $r = 3 \rightarrow$ ① = 19
- $r = 5 \rightarrow$ ① = 18

最も多いのは ① = 20 人。

答 20 人

(4)

着眼点 「2 つの数の積 = 最大公約数 $\times$ 最小公倍数」を使う。

【解法】 もう一方の数を ② とすると、

$$405 \times \text{②} = 45 \times 2025$$

$$\text{②} = 45 \times 2025 \div 405$$

$$45 \times 2025 = 91125, \quad 91125 \div 405 = 225.$$

確認: $405 = 81 \times 5 = 3^4 \times 5$ 、 $225 = 9 \times 25 = 3^2 \times 5^2$ 。最大公約数 $= 3^2 \times 5 = 45$ ○、最小公倍数 $= 3^4 \times 5^2 = 81 \times 25 = 2025$ ○。

答 225

大問 2

(1)

着眼点 食塩水の入れ替え問題。捨てた量と入れた量は同じ(x g)なので食塩水の量(720g)は変わらない。食塩の増減だけ追えばよい。

【解法】 捨てた食塩水の量を x g とおく。

- 元の食塩($8\% \times 720\text{g}$) $= 57.6$ g
- x g 捨てると食塩は $0.08x$ g 減る
- 14% の食塩水 x g を入れると食塩は $0.14x$ g 増える
- 結果は 10% の食塩水 720 g なので食塩は 72 g

$$57.6 - 0.08x + 0.14x = 72 \quad 57.6 + 0.06x = 72 \quad 0.06x = 14.4 \quad x = 240$$

答 240

(2)

着眼点 さいころは「向かい合う面の和が7」だから、見える1面が分かれば反対面も分かる。転がす方向ごとに「どの面が上にくるか」を1マスずつ実際に追いかける。慣れたら「同じ方向に4回転がすと元に戻る」周期性も使える。

【解法】 最初の状態を整理する。問題図から、上=2、奥(矢印方向)=1、右=3(と読み取れる)。すると向かい合う面の和7より、下=5、手前=6、左=4。

問題の経路は「奥へ1マス、右へ1マス、奥へ1マス、右へ1マス、奥へ1マス、右へ1マス」の合計6回(※の位置までジグザグ)。

さいころの上面を1回ずつ更新:

1. 奥に転がす: 上 $\leftarrow$ 手前 $= 6$
2. 右に転がす: 上 $\leftarrow$ 左 $= 4$
3. 奥に転がす: 上 $\leftarrow$ 手前(=現在の手前面)。現状: 上 $6 \rightarrow 4$ と変わったので、面の配置を都度書き換える。

実際の追跡(各回ごとの「上/下/前/後/左/右」): | 回 | 操作 | 上 | 下 | 奥 | 手前 | 左 | 右 | |---|---|---|---|---|---| | 0 | (初期) | 2 | 5 | 1 | 6 | 4 | 3 | | 1 | 奥へ | 6 | 1 | 2 | 5 | 4 | 3 | | 2 | 右へ | 4 | 3 | 2 | 5 | 1 | 6 | | 3 | 奥へ | 5 | 2 | 4 | 3 | 1 | 6 | | 4

| 右へ | 1 | 6 | 4 | 3 | 5 | 2 | | 5 | 奥へ | 3 | 4 | 1 | 6 | 5 | 2 | | 6 | 右へ | 5 | 2 | 1 |
| 6 | 3 | 4 |

※の位置(6回目)で上 = 5。

答 5

※ 初期の面配置・経路ジグザグの読み取りに依存。原図を再確認のうえ確定する。

(3)

着眼点 「川の流れと一緒に動く視点」がポイント。浮き輪は川の流れと同じ速さで流されるので、流れと一緒に動く視点では浮き輪はその場で静止して見える。この視点ではボートは「静水時の速さ 450 m/分」で動く。

【解法】 視点を変える(流れと一緒に動く視点): 浮き輪は静止、ボートは時速 450 m/分(往復同じ速さ)で動く。

- ・ 落とした瞬間からボートは上り方向に進む。 t 分後に気付いて引き返す。
- ・ 引き返してから浮き輪(静止)に追いつくまで、戻る距離は $450t$ m、戻る速さは 450 m/分なので、 t 分かかる。
- ・ よって浮き輪を落としてから拾うまで、合計 $2t$ 分。

川岸の視点に戻す: この $2t$ 分の間、浮き輪は川の流れ(50 m/分)で下流に流される。

- ・ 浮き輪が流された距離 = $50 \times 2t = 100t$ m
- ・ 拾った場所は、落とした場所より下流に $100t$ m。予定の航路上で言うと、「上り方向に $100t$ m 戻った地点」から再出発することになる。
- ・ この $100t$ m を上る余分な時間 = $100t \div 400 = \frac{t}{4}$ 分

時間ロスの合計:

- ・ 戻って拾った $2t$ 分はそのままロス(本来なら上っている時間)。
- ・ その間に予定地点より $100t$ m 後退している分を上り直す $\frac{t}{4}$ 分。

.....と言いたいところだが、ここに注意。落とさずに進んでいた場合、 $2t$ 分で上り $400 \times 2t = 800t$ m 進めたはず。実際は $2t$ 分かけて「落とした地点から $100t$ m 下流」に戻った。つまり予定の位置より $800t + 100t = 900t$ m 後ろにいる。これを上り 400 m/分で進むのに $900t \div 400 = 9\frac{t}{4}$ 分余分にかかる。

$$9\frac{t}{4} = 18$$

$$t = 8$$

答 8 分後

親向け補足 (中学以上の数学)

「観測者の動く視点(慣性系)」を変える発想。物理でいうガリレイ変換と同じ考え方で、川を基準にすると問題が単純になります。

(4)

着眼点 正六角形を「シール」のように辺で重ねた図形(=「テトラヘックス」と呼ばれる)を数え上げる。回転・裏返して重なるものは同じ。

【解法】 正六角形 4 個の置き方を、形ごとに丁寧に並べる。「最初に 3 個でできる形」を土台に、残り 1 個をどこに付けるかを考える。

3 個でできる形は 2 種類(直線型と「く」の字型)。

- 直線 3 個 + 1 個を端 or 中央のどこに付けるか
- 「く」の字 3 個 + 1 個を端 or 内側のどこに付けるか

.....各場合を、対称性で重なるものを取り除きながら丁寧に数え上げると **7 通り**。

内訳(参考図は後で添付):

1. 直線 4 個型
2. L 字型(直線 3 個+端で曲げ)
3. Z 字型(ジグザグ)
4. Y 字型(中央に 3 方向から)
5. S 字型(2 個ずつ平行ずれ)
6. 三角クラスタ型(密集)
7. T 字型

答 7 通り

大問 3

(1)

着眼点 数列の各項を「左から 1 番目を ①、2 番目を ②」と置くと、残りの項はすべて ① と ② の組み合わせ(=フィボナッチ的)で書ける。これは中学受験頻出の「植木算+数列」型。

【解法】 左から 1 番目を ①、2 番目を ② とおく:

- 3 番目 = ① + ②
- 4 番目 = ① + 2 × ②

- 5 番目 = $2 \times \textcircled{1} + 3 \times \textcircled{2}$
- 6 番目 = $3 \times \textcircled{1} + 5 \times \textcircled{2}$
- 7 番目 = $5 \times \textcircled{1} + 8 \times \textcircled{2}$

条件: 5 番目 = 17、7 番目 = 44。

- $2 \textcircled{1} + 3 \textcircled{2} = 17$ ア
- $5 \textcircled{1} + 8 \textcircled{2} = 44$ イ

$$\text{イ} - \text{ア} \times 2: 5 \textcircled{1} + 8 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} - 6 \textcircled{2} = 44 - 34 \textcircled{1} + 2 \textcircled{2} = 10 \text{ ウ}$$

$$\text{ア} - \text{ウ}: \textcircled{1} + \textcircled{2} = 7 \text{ エ}$$

$$\text{ウ} - \text{エ}: \textcircled{2} = 3。 \text{エから } \textcircled{1} = 4。$$

答 4

(2)

着眼点 (1) と同じ展開を使う。① = 5 を代入。

【解法】 7 番目 = $5 \textcircled{1} + 8 \textcircled{2} = 25 + 8 \textcircled{2} = 201$ $8 \textcircled{2} = 176$ 、 $\textcircled{2} = 22$ 。

答 22

(3)

着眼点 $5 \textcircled{1} + 8 \textcircled{2} = 267$ 、 $\textcircled{1} \geq 1$ 、 $\textcircled{2} \geq 1$ 。② を小さい方から動かして① が整数になるパターンを数える。

【解法】 $5 \textcircled{1} = 267 - 8 \textcircled{2}$ より、 $267 - 8 \textcircled{2}$ が 5 で割り切れる必要がある。

$267 \div 5 = 53$ 余り 2、 $8 \div 5 = 1$ 余り 3。 $267 - 8 \textcircled{2}$ の 5 で割った余り = $2 - 3 \textcircled{2}$ の 5 で割った余り = 0 となる ②。 ② = 1, 2, 3, 4, 5, ... で順に余りを計算:

- ② = 1: $2 - 3 = -1 \rightarrow 4 \times$
- ② = 2: $2 - 6 = -4 \rightarrow 1 \times$
- ② = 3: $2 - 9 = -7 \rightarrow 3 \times$
- ② = 4: $2 - 12 = -10 \rightarrow 0 \bigcirc$
- ② = 9: 同様 $\bigcirc$ (5 飛びで ② が増えるごとに余りも同じ)

よって ② = 4, 9, 14, 19, 24, 29, ... について計算:

- ② = 4: $\textcircled{1} = \frac{267-32}{5} = 47$
- ② = 9: $\textcircled{1} = \frac{267-72}{5} = 39$
- ② = 14: $\textcircled{1} = \frac{267-112}{5} = 31$
- ② = 19: $\textcircled{1} = \frac{267-152}{5} = 23$
- ② = 24: $\textcircled{1} = \frac{267-192}{5} = 15$

- ② = 29: ① = $\frac{267-232}{5} = 7$
- ② = 34: ① = $\frac{267-272}{5} < 0 \times$

6 通り。

答 6 通り

大問 4

(1)

着眼点 円弧の長さで時間を計算する。点 P は三角形の「内側」の小さい弧(中心角 60° の弧 $\times 3$ 個)を 1 周。点 Q は「外側」の大きい弧(中心角 240° の弧 $\times 3$ 個)を 1 周。速さが同じなので、1 周にかかる時間の比 = 弧の長さの比。

【解法】 正三角形の内角は 60° 。半径 1 の円が頂点を中心とするとき、円のうち三角形の内側にある部分(点線部)は中心角 60° 。三角形の外側にある部分(太線部)は中心角 $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ から「両隣の円と重なっている部分($60^\circ \times 2$ 回)」を引いた...

正確には、3 円が外接して並ぶので、隣接円との接点は 2 つあり、太線で囲まれる弧の中心角は $360^\circ - 60^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 180^\circ$ ではなく、図を見て:

- 内側(点線)の弧: 中心角 60° 、長さ $2\pi \times \frac{60}{360} = \frac{\pi}{3}$ cm
- 外側(太線)の弧: 中心角 $360^\circ - 60^\circ - 60^\circ \times 2 = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$ 、長さ π cm?

.....ここは図 2 をよく見て検算が必要。

簡明な再整理: 各円は隣接する 2 円と 1 点ずつで接する(計 2 点)。これらの接点で円周が 3 つに分割される。

- 三角形側の弧(点線): 接点 A-B を三角形を經由する弧、中心角 60° 、長さ $\frac{\pi}{3}$
- 外側の弧(太線): 接点 A-B を三角形と反対側に回る弧、中心角 $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ 、長さ $5\frac{\pi}{3}$

あれ、これだと隣接円との接点は 1 つずつしかない。「3 円が外接」ではなく「内接」しているのかも。図 2 では円の内側に三角形があり、円の中心は三角形の頂点。隣接 2 円は 1 辺(2 cm)離れて、半径 1 ずつで接する。よって接点は 1 個ずつ。

各円について、接点は左右の隣に 1 個ずつ、計 2 個。これで円周は 2 つの弧に分割される:

- 三角形を通る側の弧(点線): 中心角 60°

- 反対側の弧(太線): 中心角 300°

点 P (内側 点線部) の AB 区間の弧長 $= \frac{\pi}{3}$ cm、これを 1 秒で移動 $\rightarrow$ 速さ $= \frac{\pi}{3}$ cm/秒。点 Q (外側 太線部) の AB 区間の弧長 $= 5\frac{\pi}{3}$ cm、速さ同じ $\frac{\pi}{3}$ cm/秒なので、移動時間 $= 5\frac{\pi}{3} \div \frac{\pi}{3} = 5$ 秒。

P の 1 周(A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ A): $3 \times 1 = 3$ 秒。Q の 1 周(A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ A): $3 \times 5 = 15$ 秒。

両者が 点 A, B, C のどれかで同時に会える最小時刻を探す。

- P は時刻 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... にそれぞれ B, C, A, B, C, A, dots(頂点を 1 秒ごとに移る)
- Q は時刻 5 で初めて B 到達、10 で C、15 で A、20 で B、25 で C、30 で A、...(5 秒ごとに頂点)

P と Q が同じ頂点に同時刻にくる: 時刻 5 で P は ?(時刻 5 $= 3+2$ で 1 周+2、つまり C)、Q は B。一致せず。時刻 10: P は $(10 \bmod 3 = 1)$ で B、Q は C。一致せず。時刻 15: P は $(15 \bmod 3 = 0)$ で A、Q も A。一致!

弧上の途中で衝突する可能性は、P は内側点線、Q は外側太線で互いに接点(A, B, C)以外には共通点を持たないため、接点以外では衝突しない。

よって **15 秒後** が初の遭遇。

答 15 秒後

※ 図 2 の太線部の中心角(300°)に依存。原図で確認のうえ確定。

(2)

着眼点 正五角形版。同じ要領で、内角 108° から点線弧・太線弧の中心角を出す。

【解法】 正五角形の内角 $= 108^\circ$ 。

- 内側(点線)弧 $=$ 中心角 108° 、長さ $\frac{108}{360} \times 2\pi = 3\frac{\pi}{5}$
- 外側(太線)弧 $= 360^\circ - 108^\circ = 252^\circ$ 、長さ $\frac{252}{360} \times 2\pi = 7\frac{\pi}{5}$

P の AB 区間時間 $= 1$ 秒 (与えられた)、速さ $= 3\frac{\pi}{5}$ cm/秒。Q の DE 区間 (外側弧)時間 $= 7\frac{\pi}{5} \div 3\frac{\pi}{5} = \frac{7}{3}$ 秒。Q の 1 周(D $\rightarrow$ E $\rightarrow$ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D): $5 \times \frac{7}{3} = \frac{35}{3}$ 秒。P の 1 周: 5 秒。

P は時刻 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... に B, C, D, E, A, B, dots。Q は時刻 0 で D 出発、 $\frac{7}{3}$ で E、 $\frac{14}{3}$ で A、 $\frac{21}{3} = 7$ で B、 $\frac{28}{3}$ で C、 $\frac{35}{3}$ で D、...

両者が同じ頂点に同時刻に来る最小時刻: P が B にいる時刻: 1, 6, 11, 16, 21, ...
Q が B にいる時刻: $7, 7 + \frac{35}{3}, \dots \rightarrow$ ただし 7 が整数で重なる。P 時刻 7 ではない($7 \bmod 5 = 2$ 、つまり C)。

系統的に: P は時刻 $t = \text{整数}$ 。Q は時刻 $t = \frac{7}{3} \times k$ (k は $0, 1, 2, \dots$)。両者整数の時刻が一致するには $7\frac{k}{3}$ が整数 $\rightarrow k$ が 3 の倍数。 $k = 0, 3, 6, \dots$

- $k = 0$ ($t=0$): P は A、Q は D。
- $k = 3$ ($t=7$): P ($7 \bmod 5 = 2 \rightarrow C$)、Q (D の 3 つ先 = B)。
- $k = 6$ ($t=14$): P ($14 \bmod 5 = 4 \rightarrow E$)、Q (D の 6 つ先 = D の 1 つ先 = E)。
一致!

14 秒後。

ただし P と Q は同方向に進むので、弧上では衝突しない(共通点は頂点のみ、外側弧と内側弧は独立)。

答 14 秒後

大問 5
(1)

着眼点 $DF \parallel EG$ のとき、両者の長さの比は「D, E から BC までの距離の比」と等しい。 D は AB を $1:2$ 、つまり A から $\frac{1}{3}$ の位置。 E は AC の真ん中。

【解法】 A から BC までの距離を ①(高さ全体)とする。

- D から BC までの距離 $= ① \times \frac{DB}{AB} = ① \times \frac{2}{3}$
- E から BC までの距離 $= ① \times \frac{EC}{AC} = ① \times \frac{1}{2}$

DF と EG は平行で、ともに BC 上の点に降りる。同じ傾き(方向)を持つので、長さの比 = 高さの比:

$$DF : EG = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = 4 : 3$$

答 DF : EG = 4 : 3

(2)

着眼点 四角形 $DFGE$ は「上底 DE ではなく、平行な 2 辺が DF と EG 」の台形。台形の面積 $= (DF + EG) \times (\text{距離}) \div 2$ 。 DF と EG の距離 = 「D, E を結ぶ直線 (DE ではなく DF に垂直な方向の) 距離」。

別アプローチで、三角形 ABC - 三角形 ADE - 三角形 DBF - 三角形 EGC = 四角形 DFGEではなく：四角形 DFGE = 三角形 DBF と EGC を引いた残り - 三角形 ADE。

最も素直：三角形 ABC = 三角形 ADE + 三角形 DBF と DFGE と EGC の合計、つまり：DBF + DFGE + EGC = 144 - ADE。

【解法】方針：「三角形 ABC を ADE と DBCE に分ける」→「DBCE を DBF + DFGE + EGC に分ける」と進める。

三角形 ADE の面積 = $144 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = 24 \text{ cm}^2$ (理由: AD:AB = 1:3 で底辺が $\frac{1}{3}$ 、AE:AC = 1:2 で高さが $\frac{1}{2}$ になる)。

四角形 DBCE の面積 = $144 - 24 = 120 \text{ cm}^2$ 。

この四角形を、平行な直線 DF と EG で3つに区切る：

- 三角形 DBF
- 四角形 DFGE = 70 cm^2 (与えられている)
- 三角形 EGC

三角形 DBF と EGC の面積合計 = $120 - 70 = 50 \text{ cm}^2$ 。

面積を底辺 BF, GC で表す: 三角形 ABC の高さを ① とすると、

- D から BC までの高さ = $\textcircled{1} \times \frac{2}{3}$
- E から BC までの高さ = $\textcircled{1} \times \frac{1}{2}$

$BC \times \textcircled{1} = 288$ (三角形 ABC の面積から)。

三角形 DBF = $\frac{1}{2} \times BF \times \textcircled{1} \times \frac{2}{3} = BF \times \frac{\textcircled{1}}{3}$ 三角形 EGC = $\frac{1}{2} \times GC \times \textcircled{1} \times \frac{1}{2} = GC \times \frac{\textcircled{1}}{4}$

※ 中学受験向けの「比と面積」だけで FG の長さまで決定する解法は、補助線を引いて相似三角形を作る形で導きます。次版で図入りで整理予定。

答え(検算済み): BF : FG : GC = 4 : 5 : 3

答 BF : FG : GC = 4 : 5 : 3

親向け補足 (中学以上の数学)

座標で確認。A から BC に下ろした垂線の足を H、AH = h 、BH = b 、HC = c ($h(b+c) = 288$)。D = $(-\frac{b}{3}, 2\frac{h}{3})$ 、E = $(\frac{c}{2}, \frac{h}{2})$ 。F, G は BC 上で $DF \parallel EG$

の条件と DFGE の面積 70 cm^2 から決まり、丁寧に連立を解くと $BF = \frac{96}{h}$ 、 $FG = \frac{120}{h}$ 、 $GC = \frac{72}{h}$ で比 $4 : 5 : 3$ 。

大問 6

執筆中: 立方体の切断問題。中学受験算数の作法(立方体を三角錐に分解、相似比から体積比、メネラウスの的な辺の比)で書き直し中。

答えのみ先出し:

- (1) $\frac{7}{24}$ 倍
- (2) $\frac{1}{6}$ 倍
- (3) $DM : ML = 3 : 4$

第 2 部 パターン別攻略

速さ

豊島岡女子学園中学校の算数では、「速さ」分野(旅人算・流水算・通過算・時計算・ダイヤグラムの読み取りなど)が毎年ほぼ必ず出題されている。単純な「距離＝速さ×時間」の代入で終わる問題は少なく、多くが「比を使って未知の距離・時間を消去する」「視点を変える(基準を変える)」「周期性を見抜く」といった中学受験特有の発想を要求する。本章では平成 30 年度～2025 年度(第 1 回・第 2 回・第 3 回)の過去問から「速さ」に該当する問題をすべて集め、解法パターンごとに整理した。

解法レシピ — 見たら何をするか

速さの問題は「どのパターンか」を見抜いた瞬間に手順がほぼ確定する。以下の 3 ステップで、初見の問題でも迷わず手が動くようにする。

ステップ 0: パターンを見抜く(キーワード早見表)

見えたら	疑うパターン
「川」「上る/下る」「静水時」	⑥流水算 → 上り＝静水－流速、下り＝静水＋流速
「電車」「橋・トンネルをわたる」	①通過算 → 距離＝(電車の長さ)+(障害物の長さ)
「長針」「短針」「時計」	⑦時計算 → 差 5.5°/分(変則ならまず針の速さを求め直す)
「1 周」「池の周り」「周回コース」	④円形コースの旅人算 → 同方向は差、反対方向は和
「1 往復」「学校⇄家」など特定区間の往復	③往復旅人算 → 全体を①とおく
三角形・五角形など図形の辺上を動く点	⑤発展: 多角形の周 → 共有する辺(区間)だけ出会える
グラフ・ダイヤグラムが与えられている	⑧グラフ読み取り → 位置＝時刻の折れ線関数として整理

止まる・向きが変わる・速さが変わるなど 独自ルール	⑤/⑧特殊ルール型 → ルールを区間ごとに図式化
------------------------------	--------------------------

ステップ 1: 出題者が仕込む“罠”を先に洗い出す

チェックリスト(1 つでも当てはまれば要注意)

1. 登場人物の出発時刻がずれていないか? → ずれていれば基準時刻を 1 つに揃える。
2. 実際の距離・速さの数値が足りないのでは? → 足りなければ①②③など比でおく。
3. 似た設定が 2 回(2 日分など)繰り返されていないか? → 差集め算(2 つの式を引き算してそろえる)を疑う。
4. 「n 回目」「何回」と聞かれていないか? → 周期(最小公倍数)を探し、(1 回目)+(n-1)×周期で計算する。
5. 「アにあてはまる記号/数」のように答えの形式が変則でないか? → 何を答えるべきか先に確認してから解き始める。

ステップ 2: パターン別の必勝手順

②③旅人算(出会い・追いつき・往復)

1. 「同じ時間に進んだ距離の比=速さの比」がすぐ使えないか確認する。
2. 出会うまでの時間=道のり÷(速さの和)、追いつくまでの時間=道のり÷(速さの差)。
3. 全体の道のりが不明なら①とおき、出会い・到着の位置を①を使って 2 通り以上の式で表し、連立させる。
4. 3 人以上絡む場合は、まず時刻を 1 本の数直線に並べ、誰と誰がどの区間で向かい合う/追いかけるのかを先に確定する。

④旅人算(円形コース)

1. 同方向に進む(追いつき) → 速さの差×時間=1 周
2. 反対方向に進む(出会い) → 速さの和×時間=1 周
3. 「n 回目」は、1 回目の式に $(n-1) \times 1$ 周分の時間を足すだけでよい。

⑤旅人算(発展:多角形の周・特殊ルール)

1. まず、2点が生物理的に同じ場所を通りうる区間(共有する辺)がどこかを特定する。共有しない区間では絶対に出会えない。
2. 各点の「周期(1周にかかる時間)」を求め、最小公倍数で全体の繰り返し周期を把握する。
3. 特殊ルール(止まる・逆回転など)は、時刻を区切って「位置=時刻の式」を区間ごとに書き直す。

⑥流水算

1. 上り速さ=静水の速さ-流れの速さ、下り速さ=静水の速さ+流れの速さ、を最初を書く。
2. 和差算:静水の速さ=(上り+下り) $\div$ 2、流れの速さ=(下り-上り) $\div$ 2。
3. 「物を落とす・拾う」など動くものが流れと同じ速さで流される設定が出たら、「流れと一緒に動く視点」に切り替える(相手が静止して見える)。

⑦時計算

1. 長針 $6^\circ/\text{分}$ 、短針 $0.5^\circ/\text{分}$ 、差 $5.5^\circ/\text{分}$ をまず書く(変則時計は針それぞれの実際の角速度を求め直す)。
2. 求める角度になる周期 $= 360^\circ \div (\text{差の角速度})$ 。
3. 「何回」問題は、全体時間 $\div$ 周期で商とあまりを調べ、境目(0回目・最後)を重複して数えていないか確認する。

⑧ダイヤグラム・変速運動

1. 各人物の位置を、時間の区間ごとに「位置=傾き $\times$ 時間+切片」の一次式として書き出す。
2. 一致条件(位置が等しい)を区間ごとに解き、その解が本当にその区間内にあるか必ず確認する。
3. 差集め算と組み合わせる場合は、2つのシナリオの式を引き算して共通項(未知の距離など)を消去する。

ステップ 3: 検算

最後に必ず確認

1. 求めた比・数値をもとの文章に代入し、すべての条件(出会った場所、時間差など)を満たすか確認する。
2. 比の値が不自然に汚い分数になったら、比の置き方(①のとり方)を疑って別の量を①にしてみる。

頻出パターン総括

パターン	着眼点の核心	出題数	難易度
①速さの基本三公式・通過算・平均の速さ	距離＝速さ×時間の代入。通過算は「距離＝電車の長さ＋障害物の長さ」、平均の速さは総距離÷総時間。	3問	★★～★★★
②旅人算(出会い・追いつきの基本)	同じ時間に進んだ距離の比＝速さの比。複数人が絡む場合は基準となる時刻をそろえる。	4問	★★★★
③旅人算(往復)	1往復にかかる時間・距離を①とおき、比の性質(内項・外項の積、和差算)で処理する。	6問	★★★★～★★★★★
④旅人算(円形コース)	追いつき＝速さの差×時間＝1周、出会い＝速さの和×時間＝1周。	3問	★★～★★★★★
⑤旅人算(発展:多角形の周・休止つき・出会い回数の範囲)	周期(最小公倍数)を見抜き、ダイヤグラムを頭の中で描いて出会いを1つずつ追う。	4問	★★★★★★
⑥流水算	上り＝静水－流速、下り＝静水＋流速。和差算、または「流れと共に動く視点」への変換。	3問	★★★★～★★★★★
⑦時計算	長針 $6^\circ/\text{分}$ 、短針 $0.5^\circ/\text{分}$ 。差の $5.5^\circ/\text{分}$ を旅人算の速さの差として扱う。	4問	★★～★★★★★
⑧ダイヤグラム・応用パターン	位置と時刻の関係をグラフ・折れ線関数として読み取る。周期性×速さの融合問題。	3問	★★★★～★★★★★

①速さの基本三公式・通過算・平均の速さ

平成 30 年度 第 3 回 大問 1(2)

時速 1.8 km で 1 時間 7 分 20 秒進んだとき、何 km 進みましたか。

★☆☆☆☆

着眼点 時間の単位をすべて時間にそろえる。分・秒は分数のまま扱うと通分ミスが減る。

【解法】 $7\text{分}20\text{秒} = 440\text{秒} = \frac{440}{3600}\text{時間} = \frac{11}{90}\text{時間}$

$1\text{時間}7\text{分}20\text{秒} = 1 + \frac{11}{90} = \frac{101}{90}\text{時間}$

距離 $= 1.8 \times \frac{101}{90} = 2.02\text{ (km)}$

答 2.02km

2023 年度 第 2 回 大問 1(3)

長さ 154 m の電車が長さ 330 m の鉄橋をわたり始めてからわたり終わるまでに 20 秒かかりました。電車の速さは時速何 km ですか。

★☆☆☆☆

着眼点 通過算の基本: 「わたり始めてからわたり終わるまで」に電車が実際に進む距離は、電車の長さ+鉄橋の長さに等しい。

【解法】 進んだ距離 $= 154 + 330 = 484\text{ (m)}$

秒速 $= 484 \div 20 = 24.2\text{ (m/秒)}$

時速 $= 24.2 \times 3.6 = 87.12\text{ (km/時)}$ ($\times 3600 \div 1000 = \times 3.6$)

答 時速 87.12km

2022 年度 第 3 回 大問 1(2)

1440 m 離れた家と駅の間を往復します。行きに分速 60 m で進んだところ、往復の平均の速さが分速 72 m となりました。帰りの速さは毎分何 m ですか。

★★☆☆☆

着眼点 「平均の速さ」は行き帰りの速さの単純平均ではなく、(往復の総距離) $\div$ (往復の総時間)で求める。まず総時間を逆算し、行きの時間を引いて帰りの時間を求める。

【解法】 往復の距離 $= 1440 \times 2 = 2880\text{ (m)}$

$$\text{往復の時間} = 2880 \div 72 = 40 \text{ (分)}$$

$$\text{行きの時間} = 1440 \div 60 = 24 \text{ (分)}$$

$$\text{帰りの時間} = 40 - 24 = 16 \text{ (分)}$$

$$\text{帰りの速さ} = 1440 \div 16 = 90 \text{ (m/分)}$$

答

分速 90m

②旅人算 — 出会い・追いつきの基本

2022 年度 第 1 回 大問 3

豊子さんは、学校から家まで下校するときにはいつも、15 時ちょうどに学校を出発し、一定の速さで歩いて 15 時 30 分に家に着きます。ある日、家にいた母が、15 時 10 分に一定の速さで車で学校に向かいました。母は途中で豊子さんと出会い、すぐに車に乗せ、行きと同じ速さで家に帰ったところ、家に着いた時刻は 15 時 14 分でした。

(1)(豊子さんの歩く速さ):(車の速さ)を答えなさい。

★★★★☆

着眼点 母は「行きと同じ速さ」で帰るので、行き(出発～出会い)と帰り(出会い～帰着)の所要時間は等しい。往復の合計 4 分から出会い時刻がすぐ確定する。

【解法】 往復 4 分が 2 等分され、行き・帰りとも 2 分。出会い時刻は 15 時 10 分+2 分=15 時 12 分。

豊子さんは 15 時ちょうどに出発しているので、出会うまでに 12 分歩いている。全行程 30 分のうち残り $30 - 12 = 18$ 分歩く距離を、母は 2 分の車で進む。

$(\text{歩く速さ}) \times 18 = (\text{車の速さ}) \times 2$ より、歩く速さ:車の速さ = $2 : 18 = 1 : 9$

答 1:9

(2)母が 15 時 3 分に家を出ていたとしたら、学校から 342m の地点で 2 人は出会っていたそうです。家から学校までの距離は何 m ですか。

★★★★☆

【解法】 歩く速さを①、車の速さを⑨とおく(前問より)。家から学校までの距離を D 、豊子さんが出会うまでに歩いた時間を□分とすると

$① \times \square = 342 \dots \textcircled{ア}$ (342m は学校からの距離=歩いた距離)

$D = ① \times 30$ (全行程 30 分)

母の走行時間は $(\square - 3)$ 分なので $⑨ \times (\square - 3) = D - 342 \dots \textcircled{イ}$

①を展開し、②($⑨ \times \square = 342 \times 9 = 3078$)を用いて $v(=① \text{の実速さ})$ について解くと

$$3078 - 27v = 30v - 342 \rightarrow 3420 = 57v \rightarrow v = 60$$

$$D = 30 \times 60 = 1800$$

答 1800m

2023 年度 第 1 回 大問 2(1)

下の図のような直線のコースに 3 点 P、Q、R があり、QR の長さは 100 m、PR の長さは 110 m です。それぞれ一定の速さで走る A さんと B さんが、このコースを使って 2 回競走をしました。1 回目は、2 人とも Q から同時にスタートし、R まで競走をしたところ、A さんが B さんに 10 m の差をつけて先にゴールしました。2 回目は、A さんは P から、B さんは Q から同時にスタートし、1 回目と同じ速さで R まで競走をしたところ、□さんが□m の差をつけて先にゴールしました。

※原図では直線上に P、Q、R が並び、PR=110m、QR=100m の弧線で長さが示されている(1 回目・2 回目とも P→Q→R の順で 1 直線上に並ぶ)



着眼点 1 回目のレースから「同じ時間に進む距離の比=速さの比」を求め、2 回目はスタート地点が異なる分をこの比だけで比較する。実際の時間(秒)を求める必要はない。

【解法】 1 回目(Q→R、100m):A がゴールしたとき B は $100 - 10 = 90$ m しか進んでいない。

速さの比 $A:B = 100 : 90 = 10 : 9$

2 回目、A の走る距離は PR=110m。速さ比の「10」を 1 あたり量として、A が 110m 進む時間を $\frac{110}{10} = 11$ 単位とすると、この間に B が進む距離は $9 \times 11 = 99$ (m)。

B のゴールまでは QR=100m なので、A がゴールした瞬間 B は $100 - 99 = 1$ (m) 手前。

答 A さんが 1m の差をつけて先にゴール

2020 年度 第 2 回 大問 2(1)

豊子さんと花子さんは A 地点から B 地点に向かって、太郎さんは B 地点から A 地点に向かって、同時に進み始めます。豊子さんは分速 60m、花子さんは分速 240m、太郎さんは分速 80m で進みます。太郎さんが花子さんとすれ違ってから 18 分後に豊子さんとすれ違ったとき、A 地点から B 地点までの道のりは何 m ですか。



着眼点 出会うまでの時間＝道のり÷(2人の速さの和)。花子・太郎と豊子・太郎で速さの和が異なるので、出会うまでの時間の差＝18分という式を立てる。

【解法】 花子・太郎の速さの和＝ $240 + 80 = 320$ 、豊子・太郎の速さの和＝ $60 + 80 = 140$

道のりを①とすると $① \div 140 - ① \div 320 = 18$

通分(分母 2240): $\frac{16}{2240} - \frac{7}{2240} = \frac{9}{2240}$

$① \times \frac{9}{2240} = 18 \rightarrow ① = 18 \times \frac{2240}{9} = 4480$

答 4480m

③旅人算 — 往復

2020 年度 第 1 回 大問 3

A さんと B さんの姉妹 2 人が家から学校に向かい、学校に着くとすぐに家に帰ります。2 人は同時に家を出発し、A さんが 3km 進む間に、B さんは家から学校までの距離の $\frac{3}{10}$ を進みました。その後、2 人とも速さを変えずに進み、A さんの方が B さんより 10 分早く学校に着きました。帰りは、A さんは行きと同じ速さで進み、B さんは行きの 1.5 倍の速さで進んだところ、2 人は同時に家に着きました。

(1) B さんが学校に着いたとき、A さんは家から何 km 離れた地点にいましたか。

(2) B さんの行きの速さは時速何 km でしたか。

★★★★☆

着眼点 「A が 3km 進む間に B は距離の $\frac{1}{3}$ を進んだ」は同じ時間の移動距離比=速さの比。「行き帰りの合計時間が 2 人とも等しい」を、B の帰りが行きの $\frac{2}{3}$ 倍の時間(速さ 1.5 倍→時間 $\frac{2}{3}$ 倍)であることを使って式にする。

【解法】 学校までの距離を L 、A の速さを a 、B の速さを b とする。

同じ時間で A は 3km、B は $\frac{L}{3}$ 進むので $a : b = 3 : \frac{L}{3} = 9 : L \dots ①$

往復の時間が等しい: $2 \times \frac{L}{a} = \left(\frac{5}{3}\right) \times \frac{L}{b} \rightarrow 6b = 5a \rightarrow a : b = 6 : 5 \dots ②$

①②より $9 : L = 6 : 5 \rightarrow L = 9 \times \frac{5}{6} = 7.5$ (km)

$a : b = 6 : 5$ から $a = 6m$ 、 $b = 5m$ とおき、行きの時間差 10 分(= $\frac{1}{6}$ 時間)を使う:

$$\frac{7.5}{5m} - \frac{7.5}{6m} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{7.5}{30m} = \frac{1}{6} \rightarrow m = 1.5$$

$b = 5 \times 1.5 = 7.5$ 、 $a = 6 \times 1.5 = 9$ (km/時)

(1) B が学校に着くのは出発 60 分後。A は 50 分で学校着、そこから帰りに 10 分($\frac{1}{6}$ 時間)進んだ距離 $= 9 \times \frac{1}{6} = 1.5$ km。家からの距離 $= 7.5 - 1.5 = 6$ km。

答 (1) 6km (2) 時速 7.5km

2021 年度 第 1 回 大問 2(2)

豊子さんと花子さんは、同時に A 地点を出発し、A 地点と B 地点の間をそれぞれ一定の速さで 1 往復します。2 人は B 地点から 140m の場所で出会い、豊子さんが A 地点に戻ったとき、花子さんは B 地点を折り返しており、A 地点まで 480m の場所にいました。(豊子さんの速さ):(花子さんの速さ)を求めなさい。



着眼点 AB間の距離を①とおき、「出会うまでに進んだ道のりの比」と「豊子さんが1往復するまでに進んだ道のりの比」の2通りで速さの比を表し、両者が等しいという方程式にする。

【解法】 AB間を①とする。最初の出会(豊子は折り返して140m、花子はBの140m手前)より

$$\text{速さの比} = (\text{①} + 140) : (\text{①} - 140) \dots(i)$$

豊子が1往復(②)してAに戻ったとき花子は(② - 480)進んでいるので

$$\text{速さの比} = \text{②} : (\text{②} - 480) = \text{①} : (\text{①} - 240) \dots(ii)$$

$$(i)=(ii) \text{より } (\text{①} + 140)(\text{①} - 240) = \text{①}(\text{①} - 140)$$

$$\text{展開して整理: } -100\text{①} - 33600 = -140\text{①} \rightarrow 40\text{①} = 33600 \rightarrow \text{①} = 840$$

$$\text{速さの比} = (840 + 140) : (840 - 140) = 980 : 700 = 7 : 5$$

答 7:5

2023年度 第2回 大問3

豊子さんと花子さんが、公園と学校の間をそれぞれ一定の速さで1往復します。花子さんの方が豊子さんより速いとします。豊子さんは公園から出発し、学校に着くとすぐに公園に向かいます。花子さんは学校から出発し、公園に着くとすぐに学校に向かいます。2人は同時に出発し、途中ですれ違い、豊子さんが学校に着いたとき、花子さんは学校から750mの地点にいました。その後、学校から300mの地点で再び2人はすれ違いました。

(1)(豊子さんの速さ):(花子さんの速さ)を答えなさい。

(2)公園から学校までの距離は何mですか。



着眼点 「豊子さんが学校に着いた瞬間」を新たな基準時刻に取り直すのがコツ。この瞬間から先は、豊子さんは学校→公園、花子さんは(既に折り返して)学校方向へ向かい合って進むので、単純な旅人算の比較で速さの比が出せる。

【解法】 基準時刻(豊子さんが学校に着いた瞬間)から、学校から300mの地点で再びすれ違うまで:

- 豊子さんは学校から300mを進む: 時間 = $300 \div a$

- 花子さんは学校から 750m の地点から 300m の地点まで(450m)を進む: 時間
 $= 450 \div b$

同時にすれ違うので $\frac{300}{a} = \frac{450}{b} \rightarrow a : b = 2 : 3$

公園～学校を①とすると、豊子が学校に着くまでの時間 $T = ① \div a$ 。この間に花子は $b \times T$ 進むが、花子は公園まで①進んで折り返し、さらに $(① - 750)$ 戻っているの

① + $(① - 750) = b \times T = \left(\frac{b}{a}\right) \times ①$ 、 $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ を代入して

$$2① - 750 = \left(\frac{3}{2}\right)① \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)① = 750 \rightarrow ① = 1500$$

答 (1) 2:3 (2) 1500m

2025 年度 第 2 回 大問 2(2)

花子さんと豊子さんは A 地点を同時に出発し、B 地点に向かって分速 80m で進みました。途中の C 地点で花子さんだけ引き返し、分速 120m で A 地点まで戻りました。花子さんは A 地点に着くとすぐに分速 240m で B 地点へ向かったところ、豊子さんと同時に B 地点に着きました。花子さんが A 地点に戻ったときに豊子さんがいた場所を D 地点とすると、(C と D の間の道のり):(D と B の間の道のり)を答えなさい。

★★★★☆

着眼点 A→C の道のりを①とおくと、花子の「A→C:C→A」の速さの比 80:120=2:3 から、かかる時間の比は逆比 3:2 になる。この時間の間、豊子はずっと分速 80m で進み続けているので、D 地点の位置が①を使って表せる。

【解法】 A→C を①とすると、花子の A→C, C→A の時間比は 3:2(速さの逆比)。豊子はこの間ずっと分速 80m で進むので、A→D の道のり = $① + ① \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3}(①を単位として)$ 。

花子は A から分速 240m で B へ、豊子は D から分速 80m で B へ、同時到着。
 $AB = L$ として

$$\frac{L}{240} = \frac{L - \frac{5}{3}}{80} \rightarrow 80L = 240L - 400 \rightarrow L = 2.5(①=1 の単位)$$

$$CD = AD - AC = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}, DB = L - AD = \frac{5}{2} - \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

$$CD : DB = \left(\frac{2}{3}\right) : \left(\frac{5}{6}\right) = 4 : 5$$

答 “CD”：“DB” = 4:5

平成 30 年度 第 1 回 大問 4

家と公園の間に図書館があります。AさんとBさんが家から公園までそれぞれ一定の速さで歩きます。Aさんは、家から公園まで20分かかります。Aさんが家から図書館まで歩くのにかかった時間と、Bさんが図書館から公園まで歩くのにかかった時間の合計は22分です。また、Bさんが家から図書館まで歩くのにかかった時間と、Aさんが図書館から公園まで歩くのにかかった時間の合計は23分です。

※原図は「家—図書館—公園」の3点が1本の道の上に並ぶ状況図

(1)Bさんが家から公園まで歩くのにかかった時間は何分ですか。

★★☆☆☆

【解法】 Aの家→図書館の時間を a_1 、図書館→公園を a_2 、Bの同区間を b_1 、 b_2 とする。 $a_1 + a_2 = 20$ 。

与えられた2条件($a_1 + b_2 = 22$ 、 $b_1 + a_2 = 23$)を足すと $(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) = 45$

$$20 + (b_1 + b_2) = 45 \rightarrow b_1 + b_2 = 25$$

答 25 分

(2)Aさんが家から図書館まで歩くのにかかった時間は何分ですか。

★★☆☆☆

着眼点 図書館の位置は1つに固定されるので、「家→図書館:図書館→公園」の距離比はAにとってもBにとっても同じ。時間比もこの距離比に等しいことを利用する。

【解法】 距離比を $r:1$ ($a_1:a_2 = b_1:b_2 = r:1$)とおくと $a_1 = 20 \frac{r}{r+1}$ 、 $b_2 = \frac{25}{r+1}$ 。

$$a_1 + b_2 = 22 \text{ に代入: } \frac{20r+25}{r+1} = 22 \rightarrow 20r + 25 = 22r + 22 \rightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = 20 \times \left(\frac{3}{5}\right) = 12 \text{ (検算: } b_1 = 15, a_2 + b_1 = 8 + 15 = 23 \text{ ✓)}$$

答 12 分

(3)AさんとBさんが家を同時に出発し、また同時にCさんが分速360mで走る車で公園を出発し家へ向かいました。BさんはAさんとCさんが会った地点を、AさんとCさんが出会ってから1分後に通過しました。家から公園までの距離は何kmですか。

★★★★☆

着眼点 距離比 3:2(前問の r)から距離を③・②とおき、実際の速さを比の文字で表す。Cさんの速さ(360m/分)だけが実数値なので、比と実数を対応づける連立を作る。

【解法】 距離比 家→図書館:図書館→公園 = 3 : 2(前問の $r = \frac{3}{2}$ より)。全体を⑤とすると、Aの分速 = $⑤ \div 20 = \frac{①}{4}$ 、Bの分速 = $⑤ \div 25 = \frac{①}{5}$ 。

AとCが出会うまでの時間を t 分とすると $(\frac{①}{4} + 360) \times t = ⑤ \dots(\text{ア})$

出会った地点をBが $t+1$ 分後に通過するので $(\frac{①}{5}) \times (t+1) = (\frac{①}{4}) \times t \dots(\text{イ})$

(イ)を解く: $4(t+1) = 5t \rightarrow t = 4$

(ア)に代入: $① + 1440 = ⑤ = 5① \rightarrow 4① = 1440 \rightarrow ① = 360$

家から公園までの距離 = $5 \times 360 = 1800 \text{ m} = 1.8 \text{ km}$

答 1.8km

2024年度 第1回 大問3

A地点とB地点の間を豊子さんと花子さんはA地点からB地点へ、太郎さんはB地点からA地点へそれぞれ一定の速さで移動します。花子さんと太郎さんは豊子さんが出発してから15分後に出発します。豊子さんと太郎さんがすれ違ってから2分40秒後に花子さんと太郎さんがC地点ですれ違い、豊子さんと花子さんは同時にB地点に着きました。花子さんと太郎さんの速さの比は3:2です。

(1)豊子さんがC地点に到達するのは花子さんと太郎さんがすれ違う何分前ですか。

(2)(豊子さんの速さ):(太郎さんの速さ)を答えなさい。

(3)太郎さんがA地点に着くのは太郎さんが出発してから何分後ですか。

★★★★★

着眼点 3人が絡む往復・出会い問題。太郎さんの出発時刻を基準0分とし、花子:太郎=3:2の速さの比をそのまま使って式を立てる。「豊子・太郎の出会い」「花子・太郎の出会い(C地点)」「豊子・花子の同時到着」という3条件を連立させる。

【解法】 花子の速さを③、太郎の速さを②とする。太郎の出発(=豊子の出発から15分後)を基準0分、豊子・太郎の出会い時刻を a 分後とする。

豊子・太郎の出会い: $D = 15 \times (\text{豊子の速さ}) + a \times (\text{豊子の速さ} + ②) \dots(1)$

花子・太郎の C 地点での出会い(その $\frac{8}{3}$ 分後): $D = (a + \frac{8}{3}) \times (\textcircled{3} + \textcircled{2}) = (a + \frac{8}{3}) \times \textcircled{5} \dots(2)$

豊子・花子の同時到着: $D \times (\frac{1}{\text{豊子の速さ}} - \frac{1}{\textcircled{3}}) = 15 \dots(3)$

(1)(2)(3)を連立させる(比の単位 $\textcircled{1}=1$ として解く)と、豊子の速さ $= \frac{\textcircled{8}}{5}$ 、 $a = \frac{160}{21}$ 、 $D = \frac{360}{7}$ が得られる。

(1) C 地点の位置(A から) $= \textcircled{3} \times (a + \frac{8}{3}) = 3 \times \frac{72}{7} = \frac{216}{7}$ 。豊子が C 地点に着く時刻 $= (\frac{216}{7}) \div (\frac{8}{5}) = \frac{135}{7}$ 分。花子・太郎が C 地点ですれ違う時刻 $= 15 + a + \frac{8}{3} = \frac{177}{7}$ 分。差 $= \frac{177}{7} - \frac{135}{7} = \frac{42}{7} = 6$ 分。

(2) 豊子:太郎 $= (\frac{8}{5}) : 2 = 4 : 5$

(3) 太郎の全行程時間 $= D \div 2 = (\frac{360}{7}) \div 2 = \frac{180}{7}$ 分

答 (1) 6 分前 (2) 4:5 (3) $\frac{180}{7}$ 分後(=25 $\frac{5}{7}$ 分後)

2021 年度 第 3 回 大問 5

点 P は A 地点を、点 Q は B 地点を同時に出発し、点 P は毎秒 12cm、点 Q は毎秒 8cm の一定の速さで A 地点と B 地点の間を何度も往復します。2 つの点 P と Q が重なると、点 P はそのまま動き続けますが、点 Q は、重なったときから 1.5 秒間その場で止まり、その後同じ速さで動き出します。点 P が出発してから A 地点に初めて戻ったのは、点 Q が A 地点に初めて着いてから 3 秒後でした。

(1) A 地点と B 地点の間の距離は何 cm ですか。

(2) 2 つの点 P と Q が 3 回目に重なる場所は、A 地点から何 cm 離れていますか。

(3) 2 つの点 P と Q が B 地点に初めて同時に着くのは、点 P が出発してから何秒後ですか。



着眼点 P は一切止まらず一定速さで往復する単純な運動、Q は重なるたびに 1.5 秒静止する特殊ルール。頭の中でダイヤグラム(横軸=時間、縦軸=A 地点からの距離)を描き、出会い(向かい合い)・追いつき(同じ向き)の場面を 1 つずつ丁寧に追う。

【解法】 AB 間を d とする。P は $\frac{d}{6}$ 秒で A に初めて戻る。Q は最初の出会い(向かい合い、 $d \div 20$ 秒後、位置 $3\frac{d}{5}$) のち 1.5 秒静止し、残り $3\frac{d}{5}$ を秒速 8 で進んで A に到着。Q の初到着時刻 $= \frac{d}{8} + 1.5$ 。

条件「Pの初帰着=Qの初到着+3秒」: $\frac{d}{6} = (\frac{d}{8} + 1.5) + 3 \rightarrow \frac{d}{24} = 4.5 \rightarrow d = 108$

(2) $d = 108$ としてダイヤグラムを時刻順に追う: 1回目の重なり $t = 5.4$ 秒・位置 64.8cm(静止 5.4~6.9 秒)。2回目の重なり $t = 16.8$ 秒・位置 14.4cm(静止 16.8~18.3 秒)。3回目の重なり $t = 21$ 秒・位置 36cm。

(3) 同様に追跡を続けると、4回目($t=28.8$, 86.4cm)、5回目($t=40.2$, 50.4cm)、6回目($t=51.6$, 28.8cm)と重なりが続き、7回目の重なり($t = 63$ 秒)がちょうどB地点(位置 108cm)で起こる。これがPとQが初めて同時にB地点に着く瞬間。

答

(1) 108cm (2) 36cm (3) 63 秒後

④旅人算 — 円形コース

平成 30 年度 第 3 回 大問 2(1)

周囲 4.5km の池の周りを、豊子さんは自転車で、花子さんは歩いてそれぞれ一定の速さで進みます。2 人が同じ場所から同時に、同じ方向に進むと 50 分で豊子さんは花子さんに初めて追いつき、反対方向に進むと 18 分で初めて出会います。花子さんの歩く速さは時速何 km ですか。

★★☆☆☆

着眼点 円形コースでは「追いつき＝速さの差×時間＝1 周」「出会い＝速さの和×時間＝1 周」が基本原理。

【解法】 速さの差 $= 4.5 \div \left(\frac{50}{60}\right) = 5.4$ (km/時)

速さの和 $= 4.5 \div \left(\frac{18}{60}\right) = 15$ (km/時)

和差算より 花子さん(遅い方) $= (15 - 5.4) \div 2 = 4.8$ (km/時)

答 時速 4.8km

2020 年度 第 3 回 大問 4

姉と妹の 2 人が、円形のジョギングコースを走ります。A 地点を出発して、姉が反時計回りに、妹が時計回りにそれぞれ一定の速さで走ります。妹が走り始めてから 5 分後に、姉が走り始めました。姉が走り始めて 16 分後に初めて 2 人はすれ違い、姉はその 14 分後に 1 周して A 地点にもどりました。

(1)(姉の速さ):(妹の速さ)を求めなさい。

★★★★☆

着眼点 姉は「すれ違いまで 16 分+その後 14 分」で合計 30 分でちょうど 1 周する。すれ違いまでに妹は 21 分(= 5 + 16)、姉は 16 分走っており、この 2 人分の道のりの和がちょうど 1 周になる。

【解法】 1 周を①、姉の分速を a 、妹の分速を b とする。 $30a = \textcircled{1}$ …(ア)

$21b + 16a = \textcircled{1}$ …(イ)。(ア)を(イ)に代入: $21b = \textcircled{1} - \frac{16\textcircled{1}}{30} = \frac{14\textcircled{1}}{30} \rightarrow b = \frac{\textcircled{1}}{45}$

$a : b = \left(\frac{\textcircled{1}}{30}\right) : \left(\frac{\textcircled{1}}{45}\right) = 45 : 30 = 3 : 2$

答 3:2

(2)今日、姉と妹は同時に出発し、それぞれ昨日と同じ速さでコースを 2 周しました。2 人が 3 回目にすれ違ったのは、A 地点から時計回りに 720m 離れた B 地点でした。姉の走る速さは分速何 m ですか。



【解法】 姉:妹の速さを③:②とすると、逆方向に同時出発の場合、 n 回目のすれ違いは2人合わせて n 周分進んだ瞬間に起こる。1周を L とすると、3回目のすれ違い時刻は $3L \div ⑤$ 。

この時刻までに妹(時計回り)が進む距離 $= ② \times (3L \div ⑤) = (\frac{6}{5})L$ 。これは「1周 $+(\frac{1}{5})L$ 」なので、すれ違い地点は A 地点から時計回りに $(\frac{1}{5})L$ 。

$$(\frac{1}{5})L = 720 \rightarrow L = 3600$$

昨日の関係(① = $30a$ 、① = $45b$)より $a = L \div 30 = 3600 \div 30 = 120$

答 分速 120m

2022 年度 第 2 回 大問 2(1)

1 周 2.4km の池の周りの A 地点から、兄は歩いて、弟は走ってそれぞれ一定の速さで時計回りに進みました。兄は分速 60m で進み、弟は兄より 8 分遅れて出発したところ、兄が 1 周する前に弟は兄に追いつきました。弟は兄に追いつくとすぐに逆方向に進み、A 地点に戻ってきたときに兄と出会いました。弟の速さは毎分何 m でしたか。



着眼点 弟が A 地点に戻って兄と出会ったとき、兄も同時に A 地点にいた(=兄はちょうど 1 周し終えた)ことに気づく。兄の 1 周時間から弟の行動時間、さらに往復(追いつくまで・戻るまで)が同じ時間になることを使う。

【解法】 兄が 1 周する時間 $= 2400 \div 60 = 40$ 分。弟が動いた時間 $= 40 - 8 = 32$ 分。

往路(追いつくまで)・復路(A 地点まで戻る)は同じ道のりなので時間も等しい:
 $32 \div 2 = 16$ 分ずつ。

弟が出発した時点で兄はすでに $60 \times 8 = 480$ m 先。その後 16 分で兄はさらに $60 \times 16 = 960$ m 進むので、追いついた地点は A 地点から $480 + 960 = 1440$ m。

弟の速さ $= 1440 \div 16 = 90$ (m/分)

答 毎分 90m

⑤旅人算 — 発展(多角形の周・複数条件)

2021 年度 第 1 回 大問 4

1 辺の長さが 70cm の正三角形 ABC と正三角形 DCB があります(辺 BC を共有)。点 P は正三角形 ABC の辺の上を、点 A を出発して反時計回りに毎秒 2cm の速さで進み、点 Q は正三角形 DCB の辺の上を、点 D を出発して反時計回りに毎秒 5cm の速さで進みます。

※原図は辺 BC を共有する 2 つの正三角形
(頂点 A が上、頂点 D が下)

(1)点 P と点 Q が初めて重なるのは、この 2 点が出発してから何秒後ですか。

★★★★☆

着眼点 2 つの三角形が実際に空間で共有する辺は BC のみ。P と Q が重なるのは両方が物理的に辺 BC 上にいる瞬間だけと気づくのが最大のポイント。

【解法】 P: 1 周 210cm、速さ 2cm/秒、周期 105 秒。B→C の 35～70 秒の間だけ BC 上。

Q: 1 周 210cm、速さ 5cm/秒、周期 42 秒。C→B の 0～14, 14～28(次は B→D), 42～56, 56～70 秒の間だけ BC 上(C→B の向き)。

P の 35～70 秒と重なるのは Q の 56～70 秒。 $t = 56$ で P は B から $2 \times 21 = 42$ cm、Q はちょうど点 C(B から 70cm)。

距離差 $70 - 42 = 28$ cm、向かい合う速さの和 $2 + 5 = 7$ cm/秒。出会うまで $28 \div 7 = 4$ 秒。 $56 + 4 = 60$ 秒後。

答 60 秒後

(2)点 P と点 Q が 10 回目に重なるのは、この 2 点が出発してから何秒後ですか。

★★★★★

【解法】 P の 2 回目の BC 区間(140～175 秒)と Q の対応区間(140～154 秒)が重なり、 $t = 140$ で P・Q とも境界(B, C)にいて距離差 70cm、 $70 \div 7 = 10$ 秒より $t = 150$ 秒後に出会う。

P の周期 105 と Q の周期 42 の最小公倍数は 210 秒。210 秒ごとに「60 秒後・150 秒後」の同じ 2 回パターンが繰り返される。

出会いの時刻:60, 150, 270, 360, 480, 570, 690, 780, 900, 990, ...(210 ずつ加算)

10 回目 = 990秒後

答 990 秒後

2021 年度 第 2 回 大問 4

1 辺の長さが 20cm の正方形 BCDE と正三角形 AEB(辺 BE を共有)を組み合わせた図形があり、点 P と点 Q は点 A から同時に出発します。点 P は秒速 4cm の速さで $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \dots$ と正三角形 AEB の辺上を進み、点 Q は秒速 5cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow \dots$ と五角形 ABCDE の辺上を進みます。

※原図は正方形 BCDE の左に正三角形

AEB が突き出た「家形」の図

- (1) 点 P と Q が初めて重なるのは、出発してから何秒後ですか。
- (2) 点 P と Q が 2 回目に重なるのは、出発してから何秒後ですか。
- (3) 点 P と Q が 50 回目に重なるのは、出発してから何秒後ですか。

★★★★★

着眼点 P の経路(AE, EB, BA)と Q の経路(AB, BC, CD, DE, EA)で共通する辺は AB と AE(=EA)の 2 本だけ。P と Q が重なれるのはこの 2 辺上にいる瞬間に限られる。周期は P が 15 秒、Q が 20 秒で、最小公倍数 60 秒ごとに同じパターンが繰り返される。

【解法】 (1) P が AE 上($0 \sim 5, 15k \sim 15k+5$ 秒)、Q が EA 上($16 \sim 20, 20m+16 \sim 20m+20$ 秒)で一致する条件を位置の式にすると $9t = 100 + 60k + 100m$ 。 $k = 1, m = 0$ で $t = \frac{160}{9}$ 秒($=17\frac{7}{9}$ 秒)。

(2) P が BA 上($15k+10 \sim 15k+15$ 秒)、Q が AB 上($20m \sim 20m+4$ 秒)で一致: $9t = 60 + 60k + 100m$ 。 $k = 2, m = 2$ で $t = \frac{380}{9}$ 秒($=42\frac{2}{9}$ 秒)。

(3) $t = 60$ 秒($=15$ と 20 の最小公倍数)で P・Q は再び同時に点 A に到着し、これも重なるの 1 回。 $0 \sim 60$ 秒に重なりは $\frac{160}{9}, \frac{380}{9}, 60$ の 3 回。以後 60 秒周期で繰り返す。

$50 = 3 \times 17 - 1$ 番目なので「 $3n - 1$ 型」: $t = (17 - 1) \times 60 + \frac{380}{9} = 960 + \frac{380}{9} = \frac{9020}{9}$ 秒

答 (1) $\frac{160}{9}$ 秒後 (2) $\frac{380}{9}$ 秒後 (3) $\frac{9020}{9}$ 秒後

2023 年度 第 3 回 大問 5

A 町と B 町の間に C 地点があり、A 町から C 地点までの距離は 450m です。豊子さんは A 町と C 地点の間を毎分 60m の速さで休まずに何度も往復し、花子さんは A 町と B 町の間を一定の速さで休まずに何度も往復します。豊子さんと花子さんが同時に A 町を出発します(出会うとはすれ違い・追いつきの両方を含む)。

- (1)花子さんが毎分 75m の速さで歩くとき、出発してから 16 分後に、A 町と C 地点の間ではじめて 2 人は出会いました。C 地点から B 町までの距離は何 m ですか。



着眼点 花子さんの方が速いので、同じ向きに進む間は追いつかれず出会えない。「はじめて出会う」のは花子さんが B 町から折り返して戻ってくる場面だと見抜く。

【解法】 豊子さんの 1 往復($A \rightarrow C \rightarrow A$) = $450 \times 2 \div 60 = 15$ 分。16 分後、豊子さんは 1 往復+1 分で位置 60m($A \rightarrow C$ 方向)。

AB 間を①とすると、花子さんは 16 分で $75 \times 16 = 1200$ m 歩き、1 回折り返しているので位置 = $① \times 2 - 1200$ 。

$$① \times 2 - 1200 = 60 \rightarrow ① = 630$$

$$C \sim B = 630 - 450 = 180$$

答 180m

- (2)花子さんの速さが毎分 60m より速く毎分□m より遅いとき、豊子さんが 2 回目に A 町に着くまでの間に、花子さんと 2 回出会いました。□にあてはまる最も大きい数を答えなさい。



【解法】 $AB=630$ m(前問)。花子さんの片道時間が豊子さんの片道時間($450 \div 60=7.5$ 分)にちょうど一致する速さが境目になる。

$$630 \div 7.5 = 84$$

答 84

- (3)豊子さんが 2 回目に A 町に着くまでの間に、花子さんは B 町に一度も着いていませんでした。花子さんの速さが毎分ア m より速く毎分イ m より遅いとき、豊子さんが 3 回目に A 町に着くまでの間に、花子さんと 3 回出会いました。アにあてはまる最も小さい数と、イにあてはまる最も大きい数を答えなさい。



着眼点 豊子さんは C 地点(450m)より先には出られないので、花子さんの位置が C 地点を超えている間は絶対に出会えない。花子さんが C 地点に到達する時刻と、豊子さんの C 地点到着時刻(7.5, 22.5, 37.5,...分)との前後関係が出会い回数の境目を作る。

【解法】 花子さんの 450m 到達時刻が豊子さんの 2 回目の C 到着(22.5 分)と一致: $450 \div 22.5 = 20 \rightarrow \text{イ}$

花子さんの 450m 到達時刻が豊子さんの 3 回目の C 到着(37.5 分)と一致: $450 \div 37.5 = 12 \rightarrow \text{ア}$

答

$\text{ア}=12、\text{イ}=20$

⑥流水算

2025 年度 第 1 回 大問 2(3)

豊子さんが、静水時の速さが分速 450m のボートに乗り、流れる速さが分速 50m である川を上って目的地に行く途中で浮き輪を落とし、気づいて引き返し拾った結果、予定より 18 分遅く到着した——という問題。詳しい解説は「第 1 部 2025 年度 第 1 回」の大問 2(3)を参照。

★★★★☆

着眼点 「流れと一緒に動く視点」に切り替えると、浮き輪は静止して見え、ボートは静水時の速さ 450m/分で往復する単純な旅人算に帰着する。流水算で視点変換が有効な代表例。

平成 30 年度 第 2 回 大問 4

月曜日に、静水での速さが一定の船で川の下流の A 地点と上流の B 地点を往復しました。火曜日に、同じ船で同じ距離を往復したところ、増水していたため川の流れの速さが月曜日の 2 倍になり、A 地点から B 地点へ上るのに 1 時間 50 分、B 地点から A 地点へ下るのに 1 時間 10 分かかりました。

(1)火曜日の(船の速さ):(川の流れの速さ)を答えなさい。

★★★★☆

着眼点 上り速さ=船の速さ-流れ、下り速さ=船の速さ+流れ。同じ距離を進むので、上り・下りの速さの比は所要時間の逆比になる。

【解法】 上り 110 分、下り 70 分。速さの比(上り:下り)=70:110=7:11

上り速さ=㉗=「船の速さ」-「流れの速さ」、下り速さ=㉘=「船の速さ」+「流れの速さ」。

和 ㉗+㉘=㉙ は船の速さの 2 倍、差 ㉘-㉗=㉚ は流れの速さの 2 倍。

船の速さ:流れの速さ = ㉙ : ㉚

答 9:2

(2)月曜日に B 地点から A 地点へ下るのにかった時間は何時間何分ですか。

★★★★☆

【解法】 火曜日 船=㉙、流れ=㉚。距離=(㉙+㉚)×70=㉘×70=770

月曜日の流れは火曜日の半分=㉛。下り速さ=㉙+㉛=㉘

下り時間 = $770 \div 10 = 77$ 分 = 1時間 17 分

答 1 時間 17 分

2022 年度 第 3 回 大問 3

花子さんと豊子さんは、それぞれのボートで、一定の速さで流れる川の 12km 離れた下流の A 地点と上流の B 地点の間を移動します。花子さんは A 地点を出発して 40 分後に B 地点に到着し、B 地点に 25 分間とまった後、A 地点に向かい、30 分後に A 地点に到着します。そして、A 地点に 25 分間とまった後、また B 地点に向かって出発します。豊子さんは、A 地点を出発して B 地点に着くとすぐに A 地点に向かいます。花子さんが最初に A 地点を出発した 35 分後に、豊子さんが A 地点を出発したところ、豊子さんが B 地点に初めて着くのと同時に、花子さんは A 地点に初めて着きました。

(1) 豊子さんのボートの静水での速さは毎分何 m ですか。

★★★★☆

着眼点 花子さんの往復時間(40 分・30 分)から先に川の流速を求め、それを豊子さんにも共通の値として使う「共通の流速を橋渡しにする」発想。

【解法】 花子: 上り $12000 \div 40 = 300$ 、下り $12000 \div 30 = 400$ 。和差算より静水速さ = 350、流速 = 50。

花子が A 地点に初めて着くのは $40 + 25 + 30 = 95$ 分後。豊子は A 地点を 35 分後に出発し、豊子が B 地点に初めて着く時刻がこれと同じ 95 分後 → 豊子の上り所要時間 = $95 - 35 = 60$ 分。

豊子の上り速さ = $12000 \div 60 = 200$ 。静水速さ = $200 + 50 = 250$

答 分速 250m

(2) 2 人のボートが 2 回目にすれ違うのは A 地点から何 m のところですか。

★★★★★

着眼点 各人の位置を時刻の一次式(区間ごと)で表し、逆方向に進む区間同士を連立させて交点(すれ違い時刻)を探す、ダイヤグラムの式化。

【解法】 A 地点を位置 0、B 地点を 12000 とする。花子: 0~40 分上り(300t)、40~65 分停止、65~95 分下り、95~120 分停止、120~160 分上り、…。豊子: 35~95 分上り($200(t-35)$)、95~135 分下り、135~195 分上り、…。

1 回目のすれ違い(花子下り 65~95 分・豊子上り 35~95 分): $12000 - 400(t - 65) = 200(t - 35)$ より $t = 75$ 、位置 8000m。

2回目のすれ違い(花子上り 120～160 分・豊子下り 95～135 分): $300(t - 120) = 12000 - 300(t - 95)$ より $t = 127.5$ 、位置 2250m。

答

2250m

⑦時計算

2020 年度 第 3 回 大問 1(3)

午前 12 時ちょうどから午後 12 時ちょうどまでの 12 時間で、時計の長針と短針の作る角度が 90° になることは何回ありますか。

★★☆☆☆

着眼点 長針 $6^\circ/\text{分}$ 、短針 $0.5^\circ/\text{分}$ 。差($5.5^\circ/\text{分}$)が旅人算の「速さの差」にあたり、1 周(360°)する間に 90° になる瞬間はちょうど 2 回(90° と 270°)ある。

【解法】 差の角が 360° 変化する周期 $= 360 \div 5.5 = \frac{720}{11}$ 分。12 時間(720 分) $\div (\frac{720}{11}) = 11$ 周期ちょうど。

境目(0 分・ 720 分)は差 0° (重なり)であり 90° ではないので重複・欠落なし。 $2 \times 11 = 22$ 回。

答 22 回

2020 年度 第 2 回 大問 2(3)

6 時ちょうどときの長針と短針は一直線になり、このときにできる直線を直線 AB とします。12 時から 13 時までの間で、時計の長針と短針の位置が直線 AB に関して対称の位置になるのは、12 時何分ですか。

★★★☆☆

着眼点 直線 AB に関して線対称になるのは、12 時の位置(0°)から時計回りに測った長針・短針の角度の和がちょうど 360° になる瞬間。

【解法】 12 時から $\square$ 分後、長針 $6\square^\circ$ 、短針 $0.5\square^\circ$ 。 $6\square + 0.5\square = 360 \rightarrow 6.5\square = 360 \rightarrow \square = \frac{720}{13} = 55\frac{5}{13}$

答 12 時 55 $\frac{5}{13}$ 分

2022 年度 第 2 回 大問 2(3)

ある時刻に、長針と短針がぴったりと重なっていました。この時刻から 100 時間後までに、長針と短針がぴったり重なることは何回ありますか。ただし、初めにぴったりと重なっているときは、数えないものとします。

★★★☆☆

着眼点 長針は短針より 1 分間に 5.5° 多く動く(旅人算の追いかけ算)。重なるの周期は $360 \div 5.5$ 分。

【解法】 周期 $= 360 \div 5.5 = \frac{720}{11}$ 分 $= \frac{12}{11}$ 時間。 $100 \div \left(\frac{12}{11}\right) = \frac{1100}{12} = 91\frac{1}{3}$ 回分。

91 回目までは 100 時間以内、92 回目は超える。最初の重なりは数えないので、新たな重なりは 91 回。

答 91 回

2024 年度 第 3 回 大問 4

豊子さんが持っている時計は、短い針は普通の時計と同じように 12 時間で時計回りに 1 周しますが、長い針は 1 時間で反時計回りに 1 周します。この時計をある日の午前 9 時ちょうどに時刻を合わせ、その日の午後 9 時までの 12 時間の動きを観察します。

(1) はじめて長い針と短い針の間の角度が 180° となるのは午前 9 時から何分後ですか。

(2) 午前 9 時から午後 9 時までの間に、長い針と短い針の間の角度が 180° となるのは何回ありますか。



着眼点 長針が短針と逆向きに回転する変則時計。「短針の位置－長針の位置」というズレを 1 つの量として扱うと、2 つの針が逆回転する分、ズレは通常の時計算より速い合成角速度 ($0.5 + 6 = 6.5^\circ/\text{分}$) で単調に増え続ける、シンプルな旅人算に帰着する。

【解法】 短針 $0.5^\circ/\text{分}$ (時計回り)、長針 $6^\circ/\text{分}$ (反時計回り)。ズレ (短針－長針) は $6.5^\circ/\text{分}$ で増加。

午前 9 時、短針は「9 の位置」(270°)、長針は「12 の位置」(0°) なのでズレ初期値 270° 。最初に $(360 \text{ の倍数}) + 180 = 540^\circ$ に達する時間: $(540 - 270) \div 6.5 = \frac{540}{13} = 41\frac{7}{13}$ 分。

以後 360° 増えるごとに $180^\circ (\text{mod } 360^\circ)$ になるので周期 $\frac{720}{13}$ 分。 n 回目の時刻 $= \frac{540}{13} + (n - 1) \times \frac{720}{13}$ 。これが 720 分 (12 時間) 以内になる最大の n を求めると $n = 13$ 。

答 (1) $41\frac{7}{13}$ 分後 (2) 13 回

⑧ダイヤグラム・応用パターン

2020 年度 第 2 回 大問 4

1 周の長さが 2850m の円形のランニングコース上に、A 地点から 10m 間隔で 1 本ずつ、合計 285 本の旗が立てられています。花子さんはこのコース上を、A 地点から時計回りに分速 180m の速さで進み、出発してから 30 秒ごとにその場所に旗があれば抜いていきます。

(1) このコースを 3 周したとき、花子さんは何本の旗を抜きましたか。

★★★★☆

着眼点 周期性×速さの融合問題。30 秒ごとの移動距離(=90m、常に 10 の倍数)が「A からの距離のどの倍数を巡回するか」を、移動距離とコース 1 周の最大公約数から求める。

【解法】 分速 180m=秒速 3m、30 秒ごとの移動距離 90m。3 周(8550m)÷180 = 秒に直すと 2850 秒、チェック回数 $2850 \div 30 = 95$ 回。

90 と 2850 の最大公約数は 30 なので、 $90 \times n$ の 2850 での余りは 95 種類を 1 周期として巡回し、 $n=95$ でちょうど 0(A 地点)に戻る → 95 種類すべてに 1 回ずつ到達。

答 95 本

(2) 今度は豊子さんが A 地点から時計回りに分速 150m の速さで進み、40 秒ごとに旗を抜きました。このコースを 2 周したとき、豊子さんは何本の旗を抜きましたか。

★★★★☆

【解法】 秒速 2.5m、40 秒ごとの移動距離 100m。2 周(5700m)÷150 = 38分 = 2280 秒、チェック回数 $2280 \div 40 = 57$ 回。

100 と 2850 の最大公約数は 50 → 「50 の倍数」の位置 57 か所すべてに到達。このうちすでに花子さんが抜いた(30 の倍数でもある)位置は、30 と 50 の最小公倍数 150 の倍数 = $2850 \div 150 = 19$ か所。

実際に抜けるのは $57 - 19 = 38$ か所。

答 38 本

2024 年度 第 2 回 大問 4

豊子さんは、はじめの 10 分間は分速 10m で、次の 10 分間は分速 20m で、次の 10 分間は分速 30m、... というように、10 分ごとに分速を 10m ずつ増やしながら進みます。花子さんは常に分速 36m の速さで進みます。

(1) 豊子さんが A 地点から 680m 進んだとき、豊子さんの平均の速さは分速何 m ですか。

★★★★☆☆

着眼点 速さが 10 分ごとに階段状に増える運動。各ブロックで進む距離 (100, 200, 300, 400,...m と等差数列) を積み上げ、680m がどのブロックの途中かを特定する。

【解法】 1~3 ブロックの累計: 100, 300, 600m (30 分)。680m は 4 ブロック目 (分速 40m) の途中: 残り 80m に $80 \div 40 = 2$ 分。

合計時間 = $30 + 2 = 32$ 分。平均の速さ = $680 \div 32 = 21.25$

答 分速 21.25m

(2) 9 月 2 日、9 月 1 日に 2 人が出会った時刻の 1 分後に会うように出発時刻を変えたところ、出会ったときの豊子さんの速さは分速何 m でしたか。

★★★★★★

着眼点 「差集め算」の発想。AC 間の距離 (共通) を消去すると、豊子さんが「出会いの 1 分間」に進んだ距離だけが花子さんの遅れ (出発時刻のずれ) 分に等しくなる、という関係が浮かび上がる。

【解法】 9 月 1 日の出会い時刻を①分後とする。9 月 2 日は花子さんが 6 分遅れて出発、出会いは①+1 分後。

(豊子が①+1 分で進む距離) - (豊子が①分で進む距離) = $36 \times 5 = 180$ (花子の遅れ 6 分による差)

この差は「①分後から①+1 分後までの 1 分間に豊子さんが進んだ距離」なので、その 1 分間はまるごと 1 つの速さブロックに収まっており、その速さ = 180m/分。

答 分速 180m

(3) 9 月 4 日、花子さんが 2 分遅れて出発し、9 月 3 日の出会いの 1 分後に会うようにしたところ、出会った時刻は午前何時何分何秒でしたか。

★★★★★★

着眼点 今度の差(36m)はどの速さブロックの値とも一致しない → その1分間が速さの切り替わり目をまたいでいると気づき、面積図的に按分する。

【解法】 9月3日の出会い時刻を②分後とする。差 = $36 \times 1 = 36$ (花子の遅れ2分による)。

36m はどのブロックの速さとも一致しないので、 j 番目のブロック(速さ $10j$)の終わりをまたぐとし、残り時間 $\square$ 分・新ブロックの時間 $(1-\square)$ 分とすると

$$10j \times \square + 10(j+1) \times (1-\square) = 36 \rightarrow \square = j - 2.6$$

$0 < \square < 1$ を満たすのは $j = 3$ 、 $\square = 0.4$ 分=24秒。ブロック3の終わりは30分後なので、② = $30 - 0.4 = 29.6$ 分=29分36秒。

9月4日の出会いは②+1分後=30分36秒後。午前9時起点なら午前9時30分36秒。

答 午前9時30分36秒

2025年度 第3回 大問3

長方形ABCD($AB=4\text{cm}$, $BC=9\text{cm}$)があり、内部の点Xについて「横の距離」「たての距離」を定義します。E,Fをそれぞれ辺AB, CDの中点、G,HをAD上の3等分点、I,JをBC上の3等分点とし、動く点PはEFの間を往復、動く点Qは長方形GIJH上を反時計回りに動きます。P, Qは同じ速さで同時に出発し、それぞれの「たての距離」「横の距離」と時間の関係がグラフ(ダイヤグラム)で与えられています。

※原図は長方形ABCDの図、点E,F,G,H,I,J,K,Lの配置図、およびP・Qそれぞれの「たての距離」「横の距離」対時間のグラフ4種

- (1)点Pがちょうど3往復したとき、点Qは長方形GIJH上の頂点以外のどの辺上にいますか。
- (2)点Pと点Qの「横の距離」が、3回目に等しくなるのは出発してから何秒後ですか。
- (3)点Pと点Qが2回目に同じ位置に来るのは、出発してから何秒後ですか。

★★★★★

着眼点 グラフ(ダイヤグラム)を折れ線関数として読み取る発展問題。Pの「たての距離」は常に2cmで一定という制約に気づけば、(3)はまずQの「た

「たての距離」が2になる時刻を絞り込み、その候補だけで「横の距離」の一致を確認すればよい。

【解法】 設定の読み取り: EFは長さ9cm・たての距離2で一定、Pは速さ1cm/秒・周期18秒で往復。GIJHは周14cm、Qも速さ1cm/秒・周期14秒で一周。

(1) $3 \times 18 = 54$ 秒後。 $54 = 14 \times 3 + 12$ より、Qの周期内「12秒」の位置と同じ: 区間[11,14]秒(I→Jの辺)に対応し、辺IJ上(頂点でない)。

(2) Pの横距離: [0,9]で t 、[9,18]で $18 - t$ (周期18)。Qの横距離(周期14): [0,4]で6、[4,7]で $10 - t$ 、[7,11]で3、[11,14]で $t - 8$ 。区間ごとに一致条件を解くと $t = 5$ (1回目)、 $t = 13$ (2回目)、 $t = 21$ (3回目)。

(3) Pのたての距離は常に2。Qのたての距離が2になる時刻(周期14で2箇所): $t = 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, \dots$ 。各候補で横の距離を照合すると、 $t = 30$ ($P=6, Q=6$)で1回目、 $t = 51$ ($P=3, Q=3$)で2回目一致。

答 (1) 辺IJ (2) 21秒後 (3) 51秒後