2025 年度 豊島岡女子学園中学校

第 3 回 算数 解答解説

■ 解答一覧

大問	小問	答え
1	(1)	$2\frac{7}{12}$
1	(2)	30367
1	(3)	8 個
1	(4)	$2\frac{4}{15}$
2	(1)	60 g
2	(2)	8 日間
2	(3)	(問題不備のため全員正解・採点対象外)
2	(4)	69 度
3	(1)	(イ)
3	(2)	21 秒後
3	(3)	51 秒後
4	(1)	4 通り
4	(2)	13 通り
4	(3)	46 通り
5	(1)	9.75 cm
5	(2)	8 cm
6	(1)	672 cm^3
6	(2)	480 cm^3

1　計算・小問集合

問題

(1)　$\left(\frac{7}{24}\div\frac{3}{20}-1\right)\div\frac{2}{9}-\frac{5}{3}$　を計算しなさい。

(1)　分数の四則計算

答え　$2\frac{7}{12}$

1. 計算の順番を確かめます。かっこの中が先で、かっこの中では「わり算 → ひき算」の順です。
2. かっこの中のわり算は、逆数(ぎゃくすう)のかけ算に直します。かける前に約分するのがコツです。

$$\frac{7}{24}\div\frac{3}{20}=\frac{7}{24}\times\frac{20}{3}=\frac{7\times5}{6\times3}=\frac{35}{18}$$

24 と 20 を 4 でわって、6 と 5 にしました。

3. かっこの中のひき算をします。$\frac{35}{18}-1=\frac{17}{18}$ です。
4. 次に $\frac{2}{9}$ でわります。これも逆数のかけ算です。

$$\frac{17}{18}\div\frac{2}{9}=\frac{17}{18}\times\frac{9}{2}=\frac{17}{4}$$

18 と 9 を 9 でわって、2 と 1 にしました。

5. 最後にひき算です。分母を 12 にそろえます。

$$\frac{17}{4}-\frac{5}{3}=\frac{51}{12}-\frac{20}{12}=\frac{31}{12}=2\frac{7}{12}$$

ポイント

分数のわり算は「逆数をかける」に直し、**かける前に約分**する。大きな数のかけ算をしなくてすむので、ミスがへります。

問題

(2) 3 で割ると 1 余り，5 で割ると 2 余る整数のうち，小さいほうから 2025 番目の数はいくつですか。

(2)　あまりで決まる数の列

答え　**30367**

1. まず、いちばん小さい数を見つけます。「5 でわると 2 あまる数」を小さい順に書くと 2, 7, 12, 17, … です。この中で「3 でわると 1 あまる数」をさがすと、$7\div3=2$ あまり 1 なので、**7** が最初の数です。
2. 2 番目からは、3 と 5 の最小公倍数の **15** ずつ大きくなります。15 を足しても、3 でわったあまりも 5 でわったあまりも変わらないからです。

7, 22, 37, 52, … (はじめが 7 で、15 ずつ増える)

3. 2025 番目の数は、はじめの 7 に 15 を「$2025-1=2024$ 回」足した数です。

$$7+15\times 2024=7+30360=30367$$

ここに注意!

足す回数は 2025 回ではなく **2024 回** です。1 番目は 1 回も足していないので、「□番目」は「□ − 1 回」足します(植木算と同じ考え方)。

ポイント

「A でわると B あまり、C でわると D あまる数」は、①最初の 1 つを書き出して見つける ②そのあとは A と C の最小公倍数ずつ増える、の 2 段階で考えます。

問題

(3) $35\times 34\times 33\times 32\times 31\times\cdots\cdots\times 3\times 2\times 1$ を計算したとき，一の位から 0 が何個並びますか。

(3) かけ算の答えの終わりに並ぶ 0 の個数

答え 8 個

1. 終わりに 0 が 1 個つくのは、10 を 1 回かけたときです。$10=2\times 5$ なので、「2 と 5 の組」が何組できるかを数えます。
2. 1 から 35 までの数をかけ合わせるとき、2(偶数)はたくさんあるので、5 のほうが足りなくなります。だから **5 が何個かけられているか** だけを数えれば十分です。
3. 5 の倍数は $35\div 5=7$ 個(5, 10, 15, 20, 25, 30, 35)。それぞれ 5 を 1 個ずつ持っています。
4. ただし、$25=5\times 5$ は 5 を 2 個持っています。25 の倍数は $35\div 25=1$ あまり 10 で 1 個なので、もう 1 個追加します。

$$7+1=8\ (\text{個})$$

ポイント

「一の位から 0 が何個並ぶか」は **5 が何個かけられているか** を数える問題。5 でわり、25 でわり、(数が大きければ 125 でも)わって、商を全部足します。

問題

(4) 2 つの数 a と b について，記号「◎」を次のように約束します。

$$a\ ◎\ b=\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$$

$2\ ◎\left(1\ ◎\ \frac{1}{3}\right)$ を計算しなさい。

ただし，かっこの中を先に計算するものとします。

(4) 約束記号

答え $2\frac{4}{15}$

1 約束を言葉に直すと、「$a \circledcirc b =$ (後ろ $\div$ 前)+(前 $\div$ 後ろ)」です。$\frac{b}{a}$ は $b \div a$、$\frac{a}{b}$ は $a \div b$ のことだからです。

2 かっこの中 $1 \circledcirc \frac{1}{3}$ を先に計算します。前が 1、後ろが $\frac{1}{3}$ です。

$$\frac{1}{3} \div 1 + 1 \div \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3}$$

3 次に $2 \circledcirc \frac{10}{3}$ を計算します。前が 2、後ろが $\frac{10}{3}$ です。

$$\frac{10}{3} \div 2 + 2 \div \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{5}{3} + \frac{3}{5}$$

4 通分して足します。

$$\frac{5}{3} + \frac{3}{5} = \frac{25}{15} + \frac{9}{15} = \frac{34}{15} = 2\frac{4}{15}$$

ポイント

約束記号は、まず **言葉の式** に直してから数をあてはめます。分数の中に分数が入るときは、「分子 $\div$ 分母」のわり算に書き直すとまちがえません。

2　小問集合(食塩水・仕事算・角度)

問題

(1) 6 %の食塩水が 200 g あります。この食塩水から何gかの食塩水を取り出し，かわりに，取り出した食塩水と同じ量の水を加えたところ，濃度(のうど)が 4.2 %になりました。取り出した食塩水は何gですか。

(1)　取り出して水を入れる食塩水

答え　**60 g**

1. この操作(そうさ)のあとも、食塩水の全体の重さは 200 g のままです。取り出したのと同じ重さの水を入れたからです。
2. こさが 6 % → 4.2 % になったので、中の食塩の重さをくらべます。全体の重さが同じなので、食塩の重さはこさに比例します。

$$4.2 \div 6 = 0.7$$

→ 食塩は、はじめの **0.7 倍(7 割)** が残った

3. 食塩がへったのは、食塩水を取り出したときだけです(水を入れても食塩はへりません)。食塩が 7 割残ったということは、食塩水も 7 割残した、つまり **3 割を取り出した** ということです。

$$200 \times (1 - 0.7) = 200 \times 0.3 = 60 \text{ (g)}$$

別の解き方

食塩の重さを実際に出しても解けます。はじめの食塩は $200 \times 0.06 = 12$ g、あとの食塩は $200 \times 0.042 = 8.4$ g。取り出した食塩は $12 - 8.4 = 3.6$ g で、これは 6 % の食塩水にふくまれていたので、取り出した食塩水は $3.6 \div 0.06 = 60$ g です。

ポイント

「取り出して同じ量の水を入れる」問題は、全体の重さが変わらないので、**こさの比 = 残った食塩の割合 = 残した食塩水の割合** になります。

問題

(2) 夏休みに中学 2 年生と中学 1 年生で畑を耕します。2 年生 4 人で耕すと 9 日間かかり，1 年生 6 人で耕すと 16 日間かかります。このとき，2 年生 3 人と 1 年生 4 人で耕すと何日間かかりますか。ただし，同じ学年の 1 人当たりの 1 日の仕事量は変わらないものとします。

(2)　仕事算(1 人 1 日の仕事量を比で表す)

答え　**8 日間**

1. 2 年生だけだと「4 人 × 9 日 = のべ 36 人分」、1 年生だけだと「6 人 × 16 日 = のべ 96 人分」で同じ畑を耕し終わります。

2 全体の仕事量を、36 と 96 の最小公倍数の **288** とします。こうすると 1 人 1 日の仕事量が整数になるからです。

> 2 年生 1 人の 1 日の仕事量 … $288 \div 36 = 8$
> 1 年生 1 人の 1 日の仕事量 … $288 \div 96 = 3$

3 2 年生 3 人と 1 年生 4 人がいっしょに耕すと、1 日の仕事量は

$$8 \times 3 + 3 \times 4 = 24 + 12 = 36$$

4 全体の 288 を、1 日あたりの 36 でわります。

$$288 \div 36 = 8 \text{ (日間)}$$

ポイント

仕事算は「のべ(人数 × 日数)」を出し、**全体の仕事量を最小公倍数** でおくと、1 人 1 日の仕事量が整数になって計算が楽になります。

問題

(3) （この問題は，問題の不備により全員を正解としました。）

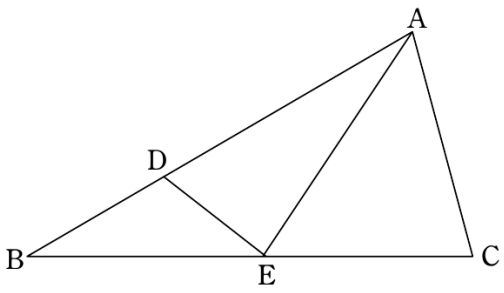
(3) 問題不備

答え 採点対象外(全員に 5 点加点)

この小問は、学校の発表で「問題の不備により全員を正解とした」とされています。公開されている問題冊子でも問題文そのものがけずられているため、どこが不備だったのかは分かりません。解答用紙から、答えの単位が km の問題(速さの問題と思われます)だったことだけが分かります。この解説では、答えを無理に作ることはしません。

問題

(4) 下の図のように，三角形 ABC の辺 AB 上に点 D を，辺 BC 上に点 E を BD＝CE となるようにとりました。角 DAE の大きさは 42°，角 DEB の大きさは 27°，角 ADE の大きさは 69° のとき，角 BCA は何度ですか。



(4) 二等辺三角形を見つける角度

答え **69 度**

1 分かる角度をどんどん図に書きこみます。まず三角形 ADE で、

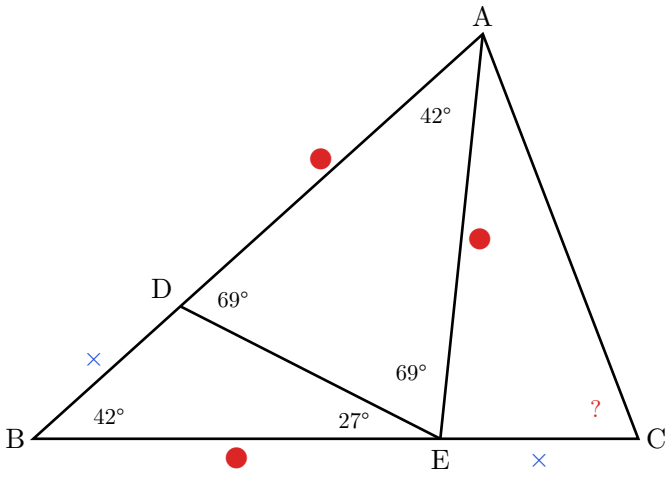
> 角 AED $= 180 - 42 - 69 = 69$ (度)

角 ADE と角 AED がどちらも 69 度なので、三角形 ADE は **AD = AE の二等辺三角形** です。

2 次に三角形 DBE を見ます。角 BDE は、一直線の 180 度から角 ADE を引いて $180 - 69 = 111$ 度。だから

> 角 B $= 180 - 111 - 27 = 42$ (度)

3 三角形 ABE を見ると、角 B $= 42$ 度、角 BAE(= 角 DAE)$= 42$ 度で等しいので、三角形 ABE は **EA = EB の二等辺三角形** です。



同じ印の辺は長さが等しい(●:AD = AE = EB、×:BD = CE)

4 ここまでで AD = AE = EB(図の●)と分かりました。さらに問題文から BD = CE(図の×)です。そこで辺 AB と辺 BC の長さをくらべると、

> AB = AD + DB = ● + ×
> BC = BE + EC = ● + ×

どちらも「● + ×」なので、**AB = BC** です。

5 三角形 ABC は、BA = BC の二等辺三角形で、頂点 B の角が 42 度です。残りの 2 つの角は等しいので、

> 角 BCA $= (180 - 42) \div 2 = 138 \div 2 = 69$ (度)

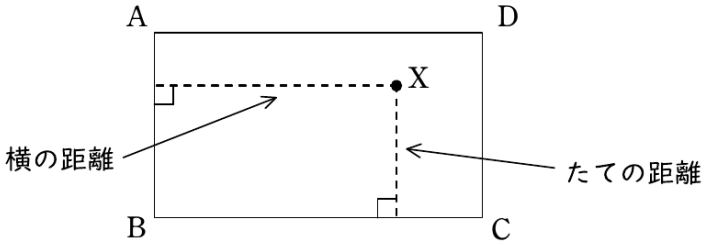
ポイント

角度の問題で「長さが等しい」という条件があったら、**二等辺三角形をさがす** 合図です。等しい角を 2 つ見つけるたびに等しい辺に印をつけていくと、はなれた辺どうし(AB と BC)が等しいことに気づけます。

3 点の移動とグラフ

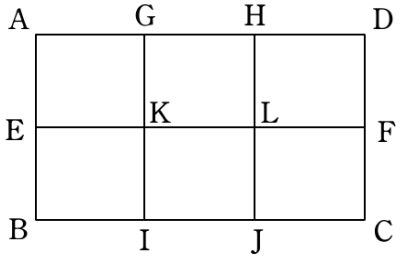
問題

3 ＜図 1＞のような長方形 ABCD があり，AB＝4 cm，BC＝9 cm です。
長方形 ABCD の内部，もしくは辺の上に点 X をとり，X から AB に垂直な直線を引き，交わった点から点 X までの距離を「横の距離」，X から BC に垂直な直線を引き，交わった点から点 X までの距離を「たての距離」ということにします。



＜図 1＞

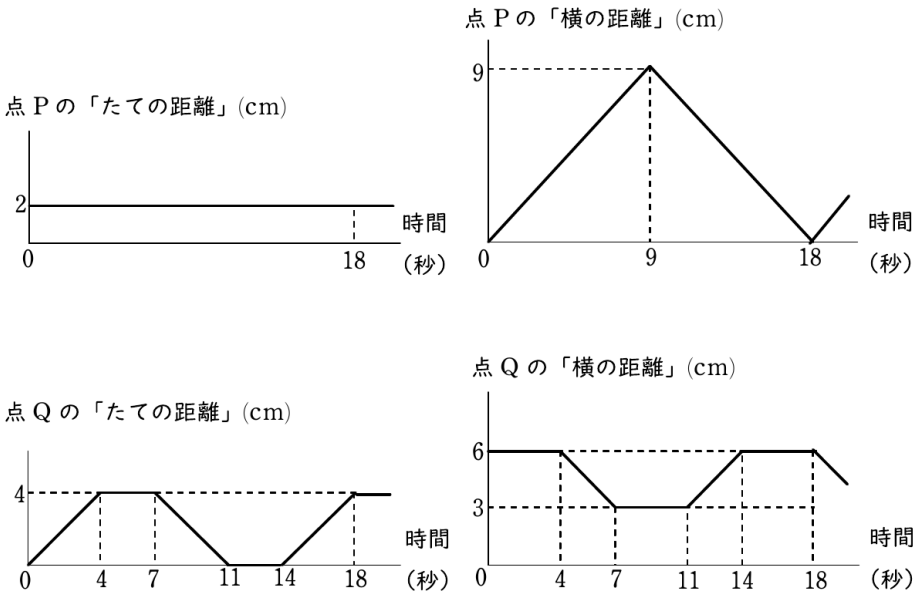
ただし，X が AB 上にあるときは横の距離を 0，X が BC 上にあるときは，たての距離を 0 とします。
次に，＜図 2＞のように，AB の真ん中の点を E，CD の真ん中の点を F，AD 上で AG＝GH＝HD となる点を G，H とし，BC 上で BI＝IJ＝JC となる点を I，J とし，EF 上で EK＝KL＝LF となる点を K，L とします。



＜図 2＞

動く点 P は EF の間を何回も往復し，動く点 Q は長方形 GIJH 上を反時計回りに動き続けます。点 P と点 Q は，同じ速さで，それぞれある点を同時に出発しました。出発した時刻からの時間と，点 P の「たての距離」，「横の距離」の関係，点 Q の「たての距離」，「横の距離」の関係はそれぞれ次のグラフのようになりました。

問題



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 点 P がちょうど 3 往復したとき，点 Q は長方形 GIJH 上の頂点以外の辺上にいます。その辺を次の（ア）～（エ）から選びなさい。

（ア）辺 GI　　（イ）辺 IJ　　（ウ）辺 JH　　（エ）辺 HG

(2) 点 P と点 Q の「横の距離」が，3 回目に等しくなるのは出発してから 何秒後ですか。

(3) 点 P と点 Q が 2 回目に同じ位置に来るのは，出発してから何秒後ですか。

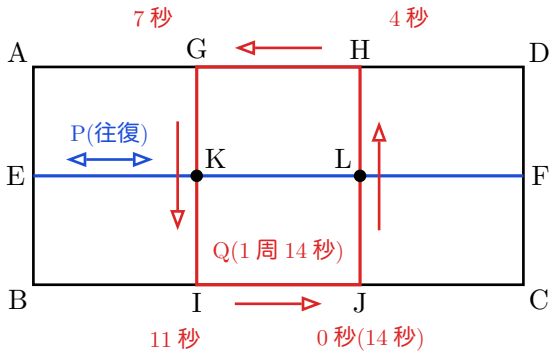
■ はじめに:グラフから点の動きを読み取る

1 **点 P** … たての距離はずっと 2 cm、横の距離は 0 から始まって 9 秒で 9 cm になり、次の 9 秒で 0 にもどります。つまり、P は E を出発し、9 秒で F に着き、また 9 秒で E にもどります。**速さは毎秒 1 cm、1 往復は 18 秒** です。

2 **点 Q** … 0 秒のとき、たての距離 0、横の距離 6 なので、出発点は **J** です(BJ = 6 cm)。

- 0〜4 秒:横は 6 のまま、たてが 0→4。J → H(上へ)
- 4〜7 秒:たては 4 のまま、横が 6→3。H → G(左へ)
- 7〜11 秒:横は 3 のまま、たてが 4→0。G → I(下へ)
- 11〜14 秒:たては 0 のまま、横が 3→6。I → J(右へ)

Q も毎秒 1 cm で、**1 周は 14 秒** です。



P と Q の動き(赤い数字は、Q がその頂点にいる時刻。14 秒ごとに同じ場所にもどる)

(1) 周期のあまりで場所を決める

答え (イ)

1. P の 1 往復は 18 秒なので、3 往復するのは $18 \times 3 = 54$ 秒後です。
2. Q は 14 秒で 1 周して、もとの J にもどります。54 秒の中に 14 秒が何回入るかを調べます。

$$54 \div 14 = 3 \text{ あまり } 12$$

Q は 3 周して J にもどり、そこからさらに **12 秒** 進んだ場所にいます。
3. はじめの読み取りから、11〜14 秒の間、Q は I から J へ進んでいます。12 秒はこの間なので、Q は **辺 IJ** の上(I から 1 cm のところ)にいます。

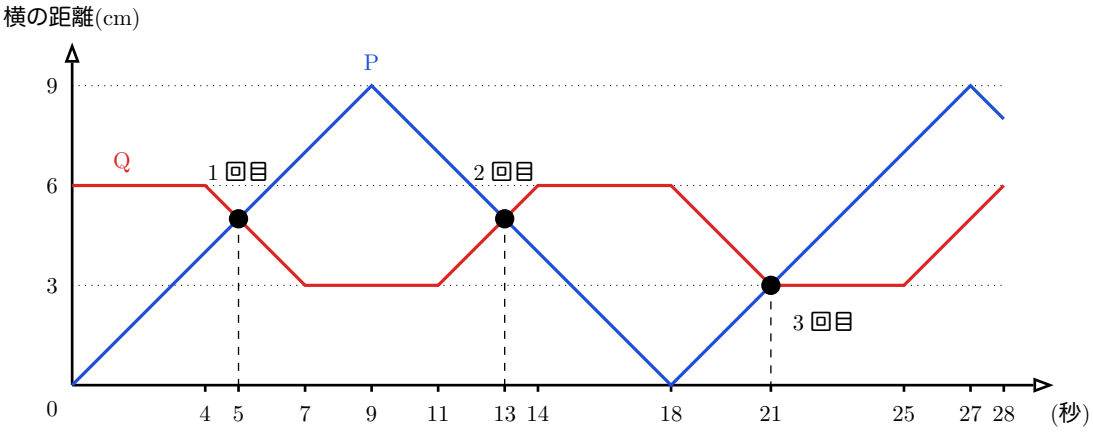
ポイント

同じ動きをくり返す点は、**1 周(1 往復)の時間でわったあまり** だけを見れば、どこにいるか分かります。

(2) 2 つのグラフを重ねる

答え **21 秒後**

1. P の「横の距離」と Q の「横の距離」のグラフを、1 つの図に重ねてかきます。2 本のグラフが交わるところが、横の距離が等しくなるときです。P は 18 秒ごと、Q は 14 秒ごとに同じ形をくり返すので、18 秒より先までかき足します。



青:P の横の距離 赤:Q の横の距離 (●が等しくなるとき)

2. **1 回目**(4〜7 秒の間)… 4 秒のとき、P は 4、Q は 6 で、差は 2 cm。P は毎秒 1 cm 増え、Q は毎秒 1 cm へるので、差は毎秒 2 cm ずつちぢまります。$2 \div 2 = 1$ 秒後の **5 秒後** に等しくなります(どちらも 5 cm)。
3. **2 回目**(11〜14 秒の間)… 11 秒のとき、P は $18 - 11 = 7$、Q は 3 で、差は 4 cm。今度は P がへり、Q が増えるので、やはり毎秒 2 cm ずつちぢまります。$4 \div 2 = 2$ 秒後の **13 秒後** です(どちらも 5 cm)。

4 **3 回目**(18〜21 秒の間)… 18 秒のとき、P は E にもどって 0、Q は 6 で、差は 6 cm。P が増え、Q がへるので、$6 \div 2 = 3$ 秒後の **21 秒後** です(どちらも 3 cm)。

ここに注意!

グラフは 18 秒までしかかかれていませんが、3 回目は 18 秒より後に起こります。「2 回しか交わらない」とあわてず、**グラフの続きを自分でかき足す** ことが大切です。なお、7〜11 秒の間(Q が 3 cm のまま)は、P が 7 cm 以上のところにいるので等しくなりません。

ポイント

「等しくなるのはいつか」は、**2 つのグラフを重ねて交点をさがす。**交点の時刻は、「差 ÷ 1 秒にちぢまる長さ」(旅人算)で求めます。

(3) P のいる線の上に Q が来るとき

答え **51 秒後**

1 同じ位置に来るには、「たての距離」も「横の距離」も等しくなければいけません。P のたての距離は **いつも 2 cm** なので、Q のたての距離も 2 cm のときだけ調べれば十分です。

2 Q のたての距離が 2 cm になるのは、辺 JH の真ん中の **点 L**(横 6 cm)と、辺 GI の真ん中の **点 K**(横 3 cm)を通るときです。

- L を通る時刻:J を出て 2 秒後。そのあと 14 秒ごと → 2, 16, 30, 44, 58, … 秒
- K を通る時刻:G を 7 秒に出て 2 秒後の 9 秒。そのあと 14 秒ごと → 9, 23, 37, 51, 65, … 秒

3 そのとき P がどこにいるかを調べます。P の横の距離は、18 秒でわったあまりの時刻で決まります(あまりが 9 以下ならそのまま、9 より大きければ「18 − あまり」)。

時刻(秒)	2	9	16	23	30	37	44	51	58	65
Q の場所	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K
Q の横(cm)	6	3	6	3	6	3	6	3	6	3
18 でわったあまり	2	9	16	5	12	1	8	15	4	11
P の横(cm)	2	9	2	5	**6**	1	8	**3**	4	7

4 P と Q の横の距離がそろうのは、**30 秒後**(どちらも横 6 cm=点 L)が 1 回目、**51 秒後**(どちらも横 3 cm=点 K)が 2 回目です。

ポイント

2 つの条件を同時にみたす時刻をさがすときは、**変化しないほう(P のたての距離=2)で候補(こうほ)をしぼる。**しぼった候補を表に書き出して、もう 1 つの条件を確かめます。

4　場合の数(前の結果を使う表)

問題

4　正方形の紙が下の図のように並んでいます。



○，×，△，□のマークを 1 枚目から順番に，正方形の紙に書いていきます。
ただし，以下のルールがあります。

ルール：① ○の次は×を書く。
② ×の次は△を書く。
③ △の次は○，×，△，□のいずれかを書く。
④ □の次は□を書く。

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 3 枚目の正方形までマークを書くとき，3 枚目が□になる書き方は何通りありますか。

(2) 3 枚目の正方形までマークを書くとき，書き方は何通りありますか。

(3) 5 枚目の正方形までマークを書くとき，書き方は何通りありますか。

■ はじめに:ルールを「前に何があれば書けるか」に読みかえる

1 ルールは「◯の次は×」のように「次に何が書けるか」で書かれています。これを、数えやすいように **「そのマークの 1 つ前は何か」** に読みかえます。

- ◯ を書けるのは、前が △ のときだけ
- × を書けるのは、前が ◯ か △ のとき
- △ を書けるのは、前が × か △ のとき
- □ を書けるのは、前が △ か □ のとき

1 枚目は、前がないので 4 つのどれを書いてもかまいません。

(1)　3 枚目が□になる書き方

答え　**4 通り**

1 3 枚目の□から、前へさかのぼって考えます。□の前は △ か □ です。

2 2 枚目が □ のとき、1 枚目は △ か □ → 「△□□」「□□□」の 2 通り。

3 2 枚目が △ のとき、1 枚目は × か △ → 「×△□」「△△□」の 2 通り。

4 合わせて $2+2=4$ 通りです。

(2) 3 枚目までの書き方

答え **13 通り**

1 「□枚目がそのマークで終わる書き方が何通りあるか」を表にしていきます。1 枚目はどれも 1 通りです。

2 2 枚目からは、はじめに読みかえたルールを使って、**1 つ前の列の数を足して** 求めます。たとえば「×で終わる」は、前が◯か△なので、前の列の◯と△の数を足します。

最後のマーク	1 枚目	2 枚目	3 枚目
◯(前の△)	1	1	2
×(前の◯+△)	1	$1+1=2$	$1+2=3$
△(前の×+△)	1	$1+1=2$	$2+2=4$
□(前の△+□)	1	$1+1=2$	$2+2=4$
合計	4	7	**13**

3 3 枚目の列を合計して、$2+3+4+4=13$ 通りです。3 枚目が□の数が 4 で、(1)の答えと合っていることも確かめられます。

(3) 5 枚目までの書き方

答え **46 通り**

1 (2)の表を、同じ計算で 5 枚目まで続けます。

最後のマーク	1 枚目	2 枚目	3 枚目	4 枚目	5 枚目
◯(前の△)	1	1	2	4	7
×(前の◯+△)	1	2	3	$2+4=6$	$4+7=11$
△(前の×+△)	1	2	4	$3+4=7$	$6+7=13$
□(前の△+□)	1	2	4	$4+4=8$	$7+8=15$
合計	4	7	13	25	**46**

2 5 枚目の列を合計します。

$$7+11+13+15=46 \text{ (通り)}$$

ここに注意!

全部を書き出そうとすると 46 通りもあり、もれや重なりが出やすくなります。(1)(2)で「3 枚目まで」を聞いているのは、「前の結果を使って次を求めなさい」というヒントです。

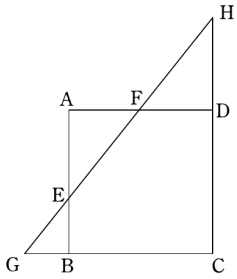
ポイント

「次に置けるものが、直前のものだけで決まる」ならべ方は、**最後が何で終わるかで分けた表** を作り、前の列の数を足して次の列を作っていきます(前の結果を利用する表)。

5 平面図形(台形の面積と相似)

問題

5 下の図において，四角形 ABCD は 1 辺の長さが 6 cmの正方形です。辺 AB 上に点 E をとり，辺 AD 上に点 F をとり，直線 EF と直線 BC が交わる点を G，直線 EF と直線 CD が交わる点を H とします。四角形 FGCD の面積が 39 cm^2 であるとき，次の各問いに答えなさい。



(1) HD：DC＝1：2 であるとき，GC の長さは何cmですか。

(2) GB：BE＝1：2 であるとき，GC の長さは何cmですか。

■ はじめに:面積 39 cm^2 から分かること

1 四角形 FGCD は、FD と GC が平行なので **台形** です。高さは DC ＝ 6 cm です。「(上底+下底)× 高さ ÷ 2」が 39 なので、

$$FD + GC = 39 \times 2 \div 6 = 13\ (cm)$$

この「**FD と GC の和が 13 cm**」を、(1)でも(2)でも使います。

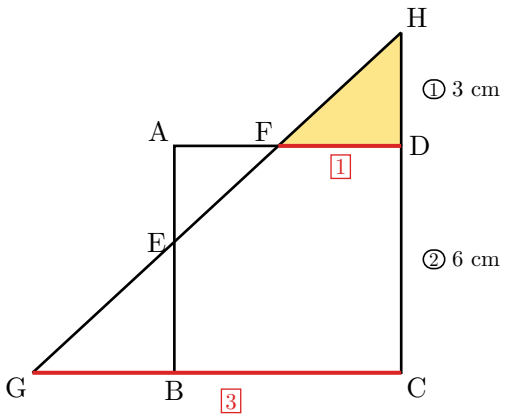
(1) ピラミッド形の相似で比に分ける

答え **9.75 cm**

1 HD：DC ＝ 1：2 なので、HD：HC ＝ 1：(1 ＋ 2) ＝ 1：3 です。

2 FD と GC は平行なので、三角形 HFD と三角形 HGC は相似(同じ形)です。相似比は HD：HC ＝ **1：3** なので、

$$FD : GC = 1 : 3$$



(1)の図:三角形 HFD(小)と三角形 HGC(大)が相似

3 FD と GC の和は 13 cm でした。これを 1 : 3 に分けたうちの「3」が GC です。

$$\mathrm{GC} = 13 \times \frac{3}{1+3} = \frac{39}{4} = 9.75\ (\mathrm{cm})$$

ポイント

平行な 2 本の線と、1 点から出る 2 本の線があれば「ピラミッド形」の相似。**辺の比がそのまま平行な辺の比** になります。和が分かっていれば比で分けるだけです。

(2) かたむきが同じ直角三角形を作る

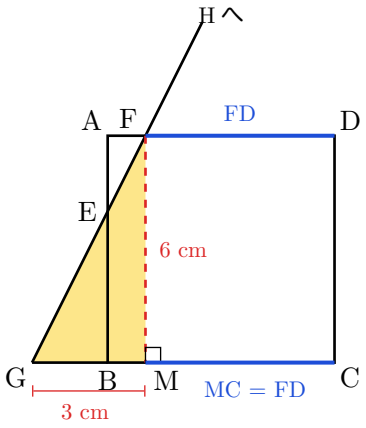
答え **8 cm**

1 GB : BE = 1 : 2 は、直線 GH の「かたむき」を表しています。**横に 1 進むと、たてに 2 上がる** ということです。

2 F から BC に垂直な線を引き、BC と交わる点を M とします。三角形 GMF は三角形 GBE と相似(どちらも直角三角形で、角 G が共通)なので、

$$\mathrm{GM} : \mathrm{MF} = \mathrm{GB} : \mathrm{BE} = 1 : 2$$

MF は正方形の 1 辺と同じ 6 cm なので、GM = 6 ÷ 2 = 3 cm です。



(2)の図:F から BC に垂線 FM を引く

3 四角形 FMCD は長方形なので、MC = FD です。だから

$$\mathrm{GC} = \mathrm{GM} + \mathrm{MC} = 3 + \mathrm{FD}$$

つまり、**GC は FD より 3 cm 長い** ことが分かりました。

4 「和が 13 cm、差が 3 cm」なので、和差算で大きいほうの GC を求めます。

$$\mathrm{GC} = (13+3) \div 2 = 8\ (\mathrm{cm})$$

5 確かめ:FD = 5 cm、GB = 8 − 6 = 2 cm、BE = 4 cm(辺 AB 上にある)。台形の面積は $(5+8) \times 6 \div 2 = 39\ \mathrm{cm}^2$ で、問題に合っています。

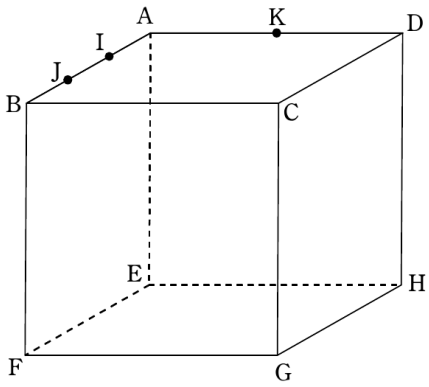
ポイント

ななめの線の「横 : たて」の比が分かったら、**その線をななめの辺にもつ直角三角形を、長さの分かる場所に作る**(ここではたて 6 cm の FM)。和と差が分かれば和差算です。

6 立体図形(立方体の切断・くりぬき)

問題

6 ＜図 1＞ のように，1 辺の長さが 12 cmの立方体 ABCD－EFGH があり，
辺 AB 上 で AI＝IJ＝JB となる点を I，J とし，辺 AD の真ん中の点を K とします。

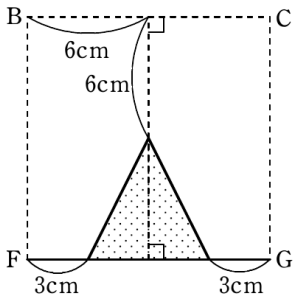


＜図 1＞

この立方体を，点 I，E，H を通る平面，点 J，F，G を通る平面，
点 K，E，F を通る平面，点 K，G，H を通る平面で切断した後，四角形 EFGH を
含む立体を立体 X とします。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 立体 X の体積は何 cm^3 ですか。

(2) 立体 X から，面 BFGC と垂直な方向に，＜図 2＞の色のついた部分をまっすぐ
つきぬけるようにくりぬいたとき，点 F を含む立体を立体 Y とします。このとき，
立体 Y の体積は何 cm^3 ですか。



＜図 2＞

(1) 屋根の形を「三角柱+四角すい 2 つ」に分ける

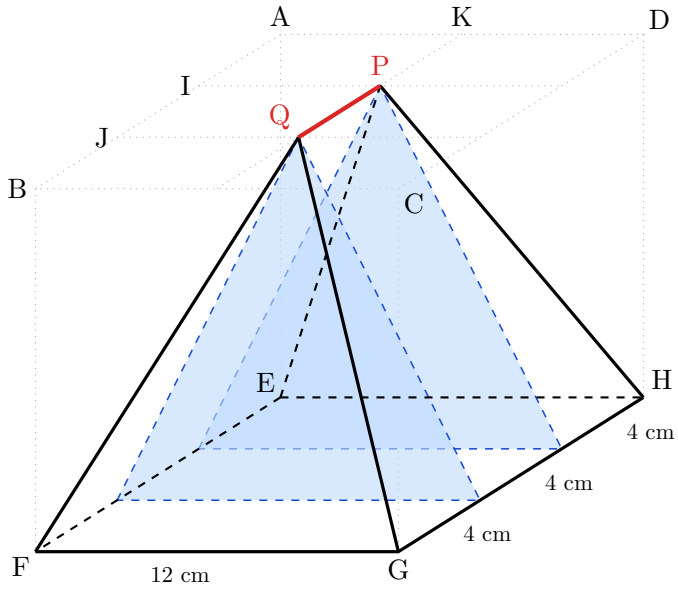
答え **672 cm^3**

1 4 つの平面が、上の面 ABCD をどこで切るかを考えます。

- **I, E, H を通る平面** … 辺 EH をふくむ平面です。上の面と下の面は平行なので、上の面での切り口は EH と平行になります。つまり「I を通り、AD に平行な線」で切れます。
- **J, F, G を通る平面** … 同じように「J を通り、BC に平行な線」で切れます。
- **K, E, F を通る平面** と **K, G, H を通る平面** … どちらも上の面を「K を通り、AB に平行な線」(K と、辺 BC の真ん中を結ぶ線)で切ります。

2 立体 X は下の面 EFGH をふくむ側なので、それぞれの平面の下側が残ります。上の面で残るのは、K を通る線の上で、I の線と J の線にはさまれた部分だけです。この両はしを P, Q とすると、**PQ ＝ IJ ＝ 4 cm** です。

3 つまり立体 X は、底面が正方形 EFGH(1 辺 12 cm)、てっぺんが長さ 4 cm の線 PQ(高さ 12 cm)の、**屋根のような形** になります。



立体 X(太線)。P, Q から底面に垂直な平面で切ると、三角柱(真ん中)と四角すい 2 つに分かれる

4 この形はそのままでは体積の公式が使えないので、**P, Q のそれぞれを通り、PQ に垂直な平面**(図の青い三角形)で 3 つに切り分けます。底面の 12 cm は 4 cm・4 cm・4 cm に分かれます。

5 **真ん中** は、青い三角形(底辺 12 cm、高さ 12 cm)を底面とする、高さ(おく行き)4 cm の三角柱です。

$$12 \times 12 \div 2 \times 4 = 288(\text{cm}^3)$$

6 **両はし** は、底面が「12 cm × 4 cm」の長方形で、頂点が P(または Q)、高さ 12 cm の四角すいです。

$$12 \times 4 \times 12 \div 3 = 192(\text{cm}^3)$$

… これが 2 つ

7 全部を足します。

$$288 + 192 \times 2 = 288 + 384 = 672(\text{cm}^3)$$

ポイント

切断の作図は**「同じ面の上の 2 点を結ぶ」「平行な面の切り口は平行」**の 2 つで進めます。てっぺんが線になる屋根の形は、**てっぺんの両はしから真下に切って「三角柱+四角すい 2 つ」** に分けます。

(2) くりぬく部分も同じ屋根の形

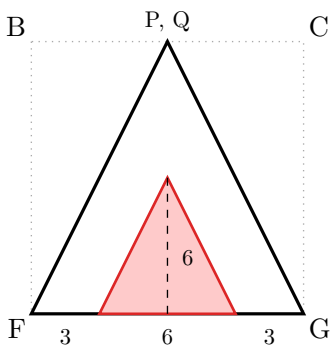
答え **480 cm³**

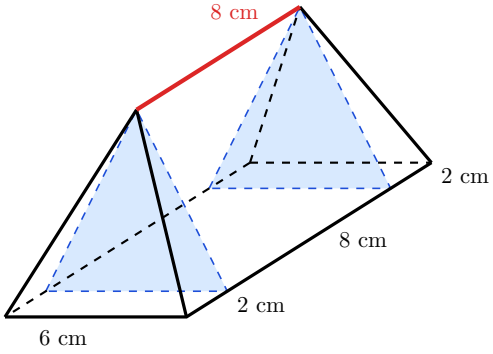
1 面 BFGC に垂直な方向とは、辺 AB や PQ と同じ向きです。この向きから立体 X を見ると、てっぺんの PQ は 1 つの点に重なり、X は「底辺 12 cm、高さ 12 cm の三角形」に見えます。くりぬく三角形(底辺 6 cm、高さ 6 cm)は、その内側にすっぽり入っています。

2 くりぬかれる部分を考えます。はば 6 cm、高さ 6 cm の三角形の穴(あな)が、手前から奥(おく)までつきぬけます。穴のてっぺんは高さ 6 cm の線になります。この線の長さを求めましょう。

3 立体 X の手前と奥の面はななめになっていて、高さ 12 cm で 4 cm 内側にたおれています。高さ 6 cm(半分)のところでは $4 \div 2 = 2$ cm ずつ内側に入るので、穴のてっぺんの線の長さは

$$12-2-2=8\ (\mathrm{cm})$$





左:面 BFGC の側から見た図　右:くりぬかれる部分(底面 6 cm × 12 cm、てっぺんの線 8 cm、高さ 6 cm)

4 くりぬかれる部分も、(1)と同じ屋根の形です。同じように 3 つに分けます。

真ん中の三角柱 … $6\times6\div2\times8=144(\mathrm{cm}^3)$
両はしの四角すい … $6\times2\times6\div3=24(\mathrm{cm}^3)$ が 2 つで $48(\mathrm{cm}^3)$
くりぬかれる部分 … $144+48=192(\mathrm{cm}^3)$

5 立体 X の体積から引きます。穴のてっぺんは線なので、残った立体はその上でつながった 1 つの立体(これが立体 Y)です。

$$672-192=480(\mathrm{cm}^3)$$

ここに注意!

くりぬく部分を「三角形 × 12 cm の三角柱」として $6\times6\div2\times12=216\ \mathrm{cm}^3$ を引いてはいけません。立体 X の手前と奥の面はななめなので、穴の上のほうは 12 cm より短くなっています。

ポイント

くりぬきの問題は、**くりぬく向きから見た図** をかいて、穴がもとの立体のどこを通るかを確かめます。くりぬかれる部分の形を正しくつかめば、(1)と同じ分け方がもう一度使えます。