2020 年度 豊島岡女子学園中学校

第 3 回 算数 解答解説

■ 解答一覧

大問	小問	答え
1	(1)	$1\frac{2}{25}$
1	(2)	24238
1	(3)	22 回
1	(4)	120
2	(1)	3000 円
2	(2)	70g
2	(3)	9000 cm^3
2	(4)	5cm
3	(1)	84.84cm
3	(2)	49 枚
4	(1)	3 : 2
4	(2)	分速 120m
5	(1)	あ…1 い…8
5	(2)	う…1 え…8 お…2 か…8
5	(3)	き…1 く…7 け…6 こ…9
6	(1)	$\frac{2}{3}$ 倍
6	(2)	$\frac{2}{3}$ 倍
6	(3)	$\frac{7}{12}$ 倍

1

計算・小問集合

問題

(1) $2.1 \div \left\{2\frac{1}{6} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{8}{15}\right\}$ を計算しなさい。

(1) 分数と小数の計算

答え $1\frac{2}{25}$

1. 計算の順番は「小かっこ → かけ算 → 中かっこ → 最後のわり算」です。まず小かっこの中を通分します。

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

2. 次に、かけ算をします。引き算より先にかけ算をするのがきまりだからです。約分してからかけると楽です。

$$\frac{5}{12} \times \frac{8}{15} = \frac{5 \times 8}{12 \times 15} = \frac{1 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{9}$$

3. 中かっこの中を計算します。$2\frac{1}{6}$ は仮分数 $\frac{13}{6}$ に直し、分母を 18 にそろえます。

$$\frac{13}{6} - \frac{2}{9} = \frac{39}{18} - \frac{4}{18} = \frac{35}{18}$$

4. 最後にわり算です。小数の 2.1 は分数 $\frac{21}{10}$ に直し、わり算は逆数(ぎゃくすう)のかけ算にします。

$$\frac{21}{10} \div \frac{35}{18} = \frac{21}{10} \times \frac{18}{35} = \frac{3 \times 9}{5 \times 5} = \frac{27}{25} = 1\frac{2}{25}$$

ポイント

小数と分数がまじった計算は、**分数にそろえる**のが安全です。かけ算・わり算は、かける前に約分して数を小さくしましょう。

問題

(2) 3 で割ると 1 余り，4 で割ると 2 余る整数のうち，小さいほうから 2020 番目の数はいくつですか。

(2) あまりが 2 つ決まっている数

答え **24238**

1. まず、いちばん小さい数を書き出して見つけます。

3 で割ると 1 余る数:1, 4, 7, **10**, 13, 16, 19, **22**, …
4 で割ると 2 余る数:2, 6, **10**, 14, 18, **22**, …

両方に出てくる最初の数は **10** です。

2 2 番目からは、3 と 4 の最小公倍数の **12 ずつ** 増えていきます。12 を足しても、3 で割ったあまりも 4 で割ったあまりも変わらないからです。つまり、10, 22, 34, … という「はじめが 10、12 ずつ増える」数の列になります。

3 2020 番目の数は、はじめの 10 に、12 を(2020−1)回足した数です。1 番目から 2020 番目までの「間」は 2019 個だからです。

$$10 + 12 \times (2020 - 1) = 10 + 12 \times 2019 = 10 + 24228 = 24238$$

ここに注意!

12 を足す回数は 2020 回ではなく **2019 回** です(植木算と同じで、間の数は 1 つ少ない)。

ポイント

「◯で割ると△余り、□で割ると☆余る数」は、**①書き出して最初の 1 つを見つける → ②あとは最小公倍数ずつ増える** の 2 段階で考えます。

問題

(3) 午前 12 時ちょうどから午後 12 時ちょうどまでの 12 時間で，時計の長針と短針の作る角度が 90° になることは何回ありますか。

(3) 時計算(90°になる回数)

答え **22 回**

1 長針は 1 分に 6°、短針は 1 分に 0.5° 進みます。だから長針は短針より、1 分あたり $6 - 0.5 = 5.5$(度)ずつ多く進みます。

2 12 時間 = 720 分 の間に、長針は短針より何度多く進むかを求めます。

$$5.5 \times 720 = 3960\ (\text{度}) \quad 3960 \div 360 = 11\ (\text{周})$$

つまり、長針は短針をちょうど 11 周ぶん引きはなします(12 時ちょうどに重なって始まり、12 時ちょうどに重なって終わります)。

3 長針が短針を 1 周ぶん引きはなす間に、2 本の針の開きは 0° → 90° → 180° → 270° → 360°(また重なる)と変わります。270°開いたときは、反対側から見ると 90° なので、**1 周ぶんの間に 90° は 2 回** あります。

4 これが 11 周ぶんあるので、

$$2 \times 11 = 22\ (\text{回})$$

ここに注意!

「1 時間に 2 回だから $2 \times 12 = 24$ 回」としてはいけません。2 時台と 3 時台、8 時台と 9 時台は、ちょうど 3 時・9 時の 90°を 1 回ずつ分け合うので、24 回より 2 回少なくなります。

ポイント

時計算は「長針が短針を追いかける旅人算」です。**1 分に 5.5°ずつ差が広がる** ことを使い、「何周ぶん引きはなすか」を先に求めると、回数の数えまちがいがなくなります。

問題

(4) 24 枚のカードがあります。その両面には，1 から 24 までの同じ整数がそれぞれ 1 つずつ，一方の面が黒，もう一方の面が赤で書かれています。最初はすべて黒で書かれた面が上になるようにしておかれています。まず，3 の倍数が書かれたカードをすべて裏返し，次に 4 の倍数が書かれたカードをすべて裏返します。このとき，上の面のうち赤で書かれている整数の合計を求めなさい。

(4) カードを裏返す(倍数とベン図)

答え **120**

1. カードは、1 回裏返すと赤、2 回裏返すと黒にもどります。だから、**最後に赤が上になるのは「1 回だけ裏返したカード」** です。
2. 2 回裏返されるのは、3 の倍数でも 4 の倍数でもある数、つまり 12 の倍数(12 と 24)です。だから赤になるのは「3 の倍数か 4 の倍数だが、12 の倍数ではない数」です。
3. それぞれの合計を求めます。

> 3 の倍数(3, 6, …, 24 の 8 個)の合計:$3 \times (1+2+\cdots+8) = 3 \times 36 = 108$
> 4 の倍数(4, 8, …, 24 の 6 個)の合計:$4 \times (1+2+\cdots+6) = 4 \times 21 = 84$
> 12 の倍数(12, 24)の合計:$12+24 = 36$

4. 108 と 84 を足すと、12 の倍数は「3 の倍数」と「4 の倍数」の両方に入っているので 2 回足されています。赤にならないので、2 回ぶん引きます。

> $$108+84-36\times 2 = 192-72 = 120$$

(たしかめ:赤のカードは 3, 6, 9, 15, 18, 21 と 4, 8, 16, 20。合計は $72+48=120$)

ここに注意!

12 の倍数を **1 回だけ** 引くと 156 になってまちがいです。12 と 24 は黒にもどっているので、2 回引きます。

ポイント

「裏返す」問題は、**裏返した回数が奇数(きすう)か偶数(ぐうすう)か** で色が決まります。ベン図の重なり(公倍数)は「2 回裏返してもとにもどる」と考えましょう。

2　小問集合(比・食塩水・仕事・図形)

問題

(1) はじめに姉と妹が持っていた金額の比は 5 : 2 でしたが，姉が妹に 550 円渡したところ，姉と妹が持っている金額の比は 7 : 5 になりました。はじめに姉が持っていた金額は何円ですか。

(1)　やりとりしても和は変わらない

答え　**3000 円**

1. 姉が妹にお金を渡しても、**2 人の合計の金額は変わりません。**そこで、前と後の比の「合計」をそろえます。
2. はじめは 5 : 2(合計 7)、あとは 7 : 5(合計 12)です。7 と 12 の最小公倍数の 84 に合計をそろえます。

   はじめ $5:2=60:24$ (12 倍。合計 84)
   あと $7:5=49:35$ (7 倍。合計 84)
3. 姉は ㊿ から ㊾ にへっています。この差の ⑪ が、渡した 550 円にあたります。

   $$⑪=550 \text{ 円} \quad \rightarrow \quad ①=550\div 11=50 \text{ (円)}$$
4. はじめの姉は ㊿ なので、

   $$50\times 60=3000 \text{ (円)}$$

(たしかめ:妹は $50\times 24=1200$ 円。あとは 2450 円と 1750 円で、$2450:1750=7:5$)

ポイント

2 人の間のやりとりは **「和が一定」**。比の合計を最小公倍数でそろえてから、変わった分(差)と実際の金額をくらべます。

問題

(2) 8%の食塩水 200g があります。この食塩水から何 g かの食塩水を取り出し，かわりに同じ量の水を加えたところ，濃度が 5.2%になりました。取り出した食塩水は何 g ですか。

(2)　食塩水を取り出して水を入れる

答え　**70g**

1. 最後にできた食塩水は、重さが 200g(取り出した分と同じだけ水を入れたので)、こさが 5.2% です。まず、その中の食塩の重さを求めます。

   $$200\times 0.052=10.4 \text{ (g)}$$
2. 水には食塩が入っていないので、この 10.4g の食塩は、**取り出したあとに残っていた 8% の食塩水** にふくまれていたものです。残っていた食塩水の重さは、

   $$10.4\div 0.08=130 \text{ (g)}$$

3 はじめは 200g あったので、取り出したのは

$$200 - 130 = 70 \text{ (g)}$$

別の解き方

重さが 200g のままなので、こさが $5.2 \div 8 = 0.65$(倍)になったということは、食塩も 0.65 倍になったということです。食塩水を取り出すと食塩も同じ割合でへるので、残した食塩水は $200 \times 0.65 = 130$(g)、取り出したのは 70g です。

ポイント

食塩水の問題は **食塩の重さを追いかける** のが基本です。「水を加える」ときは食塩の重さが変わらないことを使います。

問題

(3) ある水そうには水を抜(ぬ)くための管 A と管 B がついています。管 A からは毎分一定の割合で水が抜けていき，管 B は水を抜く量を変えることができます。水そうに水がいっぱいに入っている状態から，管 B で毎分 340cm³ ずつ水が抜けるようにし，管 A と管 B を同時に開くと 25 分で水そうからすべて水がなくなります。また，水そうに水がいっぱいに入っている状態から，管 B で毎分 430cm³ ずつ水が抜けるようにし，管 A と管 B を同時に開くと 20 分で水そうからすべて水がなくなります。このとき，この水そうの容積は何 cm³ ですか。

(3) かかる時間の比と、1 分にぬける量の比

答え **9000 cm³**

1 どちらの場合も、ぬく水の量(水そういっぱい分)は同じです。同じ量をぬくとき、**「かかる時間の比」と「1 分にぬける量の比」は逆(ぎゃく)** になります。

2 かかる時間は 25 分 と 20 分 で 5 : 4 なので、1 分にぬける量(管 A と管 B の合計)は 4 : 5 です。

(A の量+340)…④ (A の量+430)…⑤

3 この 2 つの差 ① は、管 B のぬく量の差です。管 A の量はどちらも同じだからです。

$$① = 430 - 340 = 90 \text{ (cm}^3\text{)}$$

4 1 回目は 1 分に ④ $= 90 \times 4 = 360$(cm³)ずつ、25 分でぬけたので、

$$360 \times 25 = 9000 \text{ (cm}^3\text{)}$$

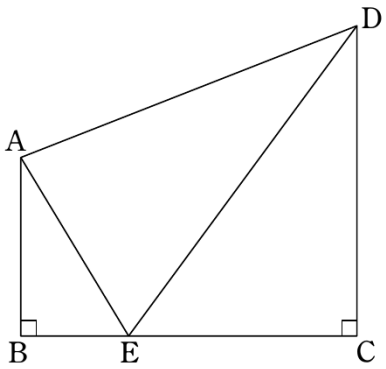
(たしかめ:2 回目は 1 分に $90 \times 5 = 450$ cm³ で、$450 \times 20 = 9000$ cm³。管 A は毎分 $360 - 340 = 20$ cm³)

ポイント

「同じ仕事を、ちがう速さでする」問題は **逆比** を使います。時間の比が 5 : 4 なら、1 分あたりの量の比は 4 : 5 です。

問題

(4) 下の図の四角形 ABCD において，AB，BC，CD の長さはそれぞれ 12cm，20cm，16cm で，角 ABC，角 BCD はいずれも直角です。また，点 E は辺 BC 上にあり，三角形 AED の面積は 130cm² です。このとき，BE の長さは何 cm ですか。



(4) 台形から 2 つの直角三角形を引く

答え **5cm**

1. 三角形 AED は、底辺も高さも分かりにくい形です。そこで、**全体の台形から、まわりの 2 つの直角三角形(ABE と ECD)を引く** と考えます。
2. 台形 ABCD の面積を求めます。上底 12cm、下底 16cm、高さ 20cm の台形と見られます。

$$(12+16)\times 20\div 2=280\ (\mathrm{cm}^2)$$

だから、三角形 ABE と三角形 ECD の面積の合計は $280-130=150(\mathrm{cm}^2)$です。
3. ここからは、つるかめ算のように考えます。もし E が B と重なっていたら、三角形 ABE は $0\ \mathrm{cm}^2$、三角形 ECD は $20\times 16\div 2=160(\mathrm{cm}^2)$で、合計は $160\mathrm{cm}^2$です。
4. E を右へ 1cm 動かすごとに、三角形 ABE は $1\times 12\div 2=6(\mathrm{cm}^2)$ふえ、三角形 ECD は $1\times 16\div 2=8(\mathrm{cm}^2)$へります。つまり合計は $2\mathrm{cm}^2$ ずつへります。
5. 合計を $160\mathrm{cm}^2$ から $150\mathrm{cm}^2$ にしたいので、$10\mathrm{cm}^2$ へらせばよいです。

$$(160-150)\div(8-6)=10\div 2=5\ (\mathrm{cm})$$

(たしかめ:BE=5cm のとき、$5\times 12\div 2=30$、$15\times 16\div 2=120$、$280-30-120=130\ \mathrm{cm}^2$)

ポイント

ななめの三角形の面積は **「全体 − まわり」** で考えます。動く点の位置を求めるときは、「はしに寄せたらいくつ? 1cm 動かすといくつ変わる?」という **つるかめ算の考え方** が使えます。

3 単位の計算・正方形のしきつめ

問題

3 日本では古くから尺貫法(しゃっかんほう)と呼ばれる単位が用いられてきました。例えば，一寸法師(いっすんぼうし)の「寸」や尺取り虫の「尺」などがそれにあたります。この寸と尺の関係は『1 尺は 10 寸』です。また，日常使っている長さの単位と比べたとき，1 寸はおよそ 3.0303cm であることが知られていますが，ここでは小数第 3 位以下を四捨五入して『1 寸は 3.03cm』とします。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 2 尺 8 寸は何 cm ですか。

(2) マンションやアパートなどの畳(たたみ)は短い辺が 2 尺 8 寸，長い辺が短い辺の 2 倍になっている長方形のものがよく使われます。このとき，四畳半(よじょうはん)と呼ばれる 4.5 枚分の畳がぴったり入る正方形の部屋に，1 辺の長さが 36.36cm の正方形の板をぴったりしきつめると，板を何枚しきつめることができますか。

(1) 尺と寸を cm に直す

答え **84.84cm**

1. 1 尺は 10 寸なので、2 尺 8 寸は $20+8=28$(寸)です。まず単位を「寸」にそろえます。
2. 1 寸は 3.03cm なので、

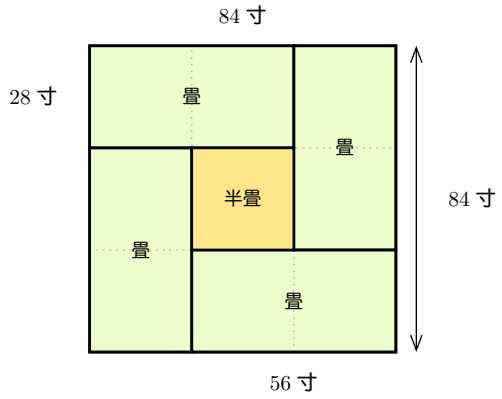
$$3.03 \times 28 = 84.84 \text{ (cm)}$$

(2) 四畳半の部屋に板をしきつめる

答え **49 枚**

1. cm に直すと小数の計算がたいへんなので、**「寸」のまま** 考えます。畳 1 枚は、短い辺が 28 寸、長い辺が $28 \times 2 = 56$(寸)の長方形です。
2. 畳 1 枚は、1 辺 28 寸の正方形 2 個分です。だから 4.5 枚の畳は、1 辺 28 寸の正方形 $4.5 \times 2 = 9$(個)分の広さです。9 個の正方形で大きな正方形を作るには、たて 3 個・横 3 個にならべるしかないので、部屋の 1 辺は

$$28 \times 3 = 84 \text{ (寸)}$$



四畳半の部屋(畳 4 枚と半分の畳 1 枚)。1 辺 28 寸の正方形が 3×3=9 個分

3 次に、板の 1 辺 36.36cm が何寸かを調べます。1 寸 $=$ 3.03cm なので、

$$36.36 \div 3.03 = 3636 \div 303 = 12 \text{ (寸)}$$

ちょうど 12 寸です。

4 部屋の 1 辺 84 寸に、12 寸の板は $84 \div 12 = 7$(枚)ずつ、ちょうどならびます。たても横も 7 枚なので、

$$7 \times 7 = 49 \text{ (枚)}$$

ここに注意!

面積どうしを割って求めることもできますが、cm に直して $84.84 \times 3 \times 84.84 \times 3$ のような計算をすると、とても時間がかかります。36.36 が 3.03 のちょうど 12 倍であることに気づくのがカギです。

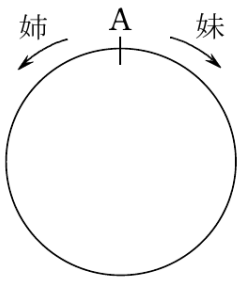
ポイント

見なれない単位が出てきたら、あわてて cm に直さず、**その単位のまま計算できないか** を考えます。「36.36」と「3.03」のように似た数字のならびを見たら、割り切れるのではとうたがいましょう。

4 速さ(円周上の旅人算)

問題

4 姉と妹の 2 人が，下の図のような円形のジョギングコースを走ります。A 地点を出発して，姉が反時計回りに，妹が時計回りにそれぞれ一定の速さで走ります。昨日，妹が走り始めてから 5 分後に，姉が走り始めました。姉が走り始めて 16 分後に初めて 2 人はすれ違い，姉はその 14 分後に 1 周して A 地点にもどりました。このとき，次の各問いに答えなさい。



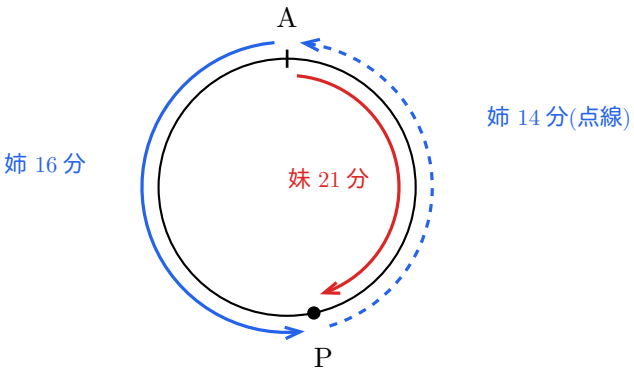
(1) (姉の速さ) : (妹の速さ) を求めなさい。

(2) 今日，姉と妹は同時に出発し，それぞれ昨日と同じ速さでジョギングコースを 2 周しました。2 人が 3 回目にすれ違ったのは，A 地点から時計回りに 720m 離れた B 地点でした。このとき，姉の走る速さは分速何 m ですか。

(1) 同じ道のりを走る時間をくらべる

答え **3 : 2**

1 昨日のようすを図にします。2 人がすれ違った地点を P とします。妹は姉より 5 分早く出発したので、P まで $5+16=21$(分)走っています。姉は P まで 16 分、そのあと P から A まで 14 分走りました。



昨日のようす(赤い線と青い点線が、2 人とも走った「同じ道のり」)

2 図の右側の「A から P まで」の道のりに注目します。ここを、妹は時計回りに **21 分** で走り、姉は反対向きに(P から A まで)**14 分** で走っています。同じ道のりです。

3 同じ道のりを走るとき、速さの比はかかった時間の比の逆になります。

> 時間の比 姉 : 妹 $=14:21=2:3$ → 速さの比 姉 : 妹 $=3:2$

ポイント

出会いの問題で速さの比を知りたいときは、**2 人が同じ区間を走っているところ** をさがします。「出会うまでに相手が走った道のりを、出会ったあと自分が走る」という形はよく出ます。

(2) 3 回すれ違うまでに合わせて 3 周

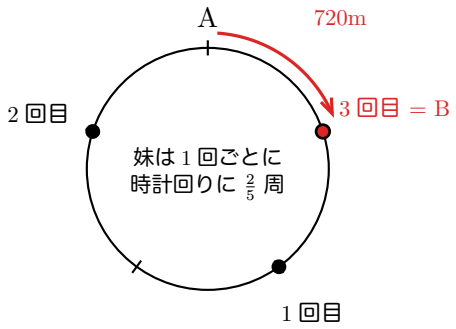
答え 分速 **120m**

1. 今日は同時に出発します。反対向きに走る 2 人は、**2 人合わせて 1 周分走るごとに 1 回すれ違います。** だから 3 回目にすれ違うまでに、2 人合わせて 3 周分走っています。
2. 同時に出発して同じ時間走っているので、走った道のりの比は速さの比と同じ 3 : 2 です。妹が走ったのは、合わせて 3 周のうちの $\frac{2}{3+2}$ なので、

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \text{ (周)}$$

3. 妹は時計回りに $1\frac{1}{5}$ 周走ったので、3 回目にすれ違った B 地点は、A から時計回りに $\frac{1}{5}$ **周** 進んだ所です。これが 720m なので、1 周の長さは

$$720 \div \frac{1}{5} = 720 \times 5 = 3600 \text{ (m)}$$



今日のすれ違う地点(1 周を 5 等分した点のどれかになる)

4. 姉は、昨日 $16 + 14 = 30$(分)で 1 周しています。今日も同じ速さなので、

$$3600 \div 30 = 120 \text{ (m/分)}$$

ここに注意!

2 人とも 2 周で走り終わるので、3 回目のときにまだ走っているかをたしかめます。3 回目までに姉は $3 \times \frac{3}{5} = 1\frac{4}{5}$(周)、妹は $1\frac{1}{5}$ 周で、どちらも 2 周より少ないので大丈夫(だいじょうぶ)です。

ポイント

円周を反対向きに回る 2 人は、**「合わせて 1 周」で 1 回すれ違う。**□回目なら合わせて□周なので、速さの比で分ければ、それぞれが何周走ったか(=すれ違う場所)がすぐ分かります。

5　場合の数・条件整理(さいころの和の表)

問題

5　次の各問いに答えなさい。

(1) 1 から 6 までの数字がそれぞれ書かれた，さいころ A とさいころ B があります。さいころ A の 1 つの面の上にシールをはり，シールに 1 から 9 のうちの 1 つの数字を選んでペンで書きます。このさいころとさいころ B を同時に投げて出る数字の和をすべて調べてみると次のようになりました。

・最も大きい和は 14
・最も小さい和は 3

このとき，次の［あ］，［い］にあてはまる数はいくつですか。
「A の［あ］の面の上にシールをはり，シールに書いた数字は［い］」

(1)　いちばん小さい和・大きい和から決める

答え　**あ…1 い…8**

1 ふつうのさいころ 2 個なら、いちばん小さい和は $1+1=2$ です。それが 3 になったのは、**A の「1」の目がなくなった** からです(B の 1 は残っているので、A のいちばん小さい目が 2 になった)。だから、シールは A の **1 の面** にはりました。 → ［あ］$=1$

2 A の目は「2, 3, 4, 5, 6 と シールの数」になりました。いちばん大きい和が 14 で、B のいちばん大きい目は 6 なので、A のいちばん大きい目は $14-6=8$ です。2〜6 の中に 8 はないので、**シールの数が 8 です。** → ［い］$=8$

ポイント

2 つのさいころの「いちばん小さい和」は **いちばん小さい目どうしの和**、「いちばん大きい和」は **いちばん大きい目どうしの和** です。ここから、どの目が消えて、どんな数が加わったかが分かります。

問題

(2) 1 から 6 までの数字がそれぞれ書かれた，さいころ C とさいころ D があります。それぞれのさいころの 1 つの面の上にシールをはり，シールに 1 から 9 のうちの 1 つの数字をそれぞれ選んでペンで書きます。これらのさいころを同時に投げて出る数字の和をすべて調べてみると次のようになりました。

・最も大きい和は 16
・最も小さい和は 3
・最も多く現れる和は 9 となる場合のみ

このとき，次の［う］〜［か］にあてはまる数はいくつですか。
ただし，［う］は［お］以下の数であるとします。
「C の［う］の面の上にシールをはり，シールに書いた数字は［え］」
「D の［お］の面の上にシールをはり，シールに書いた数字は［か］」

(2) いちばん多く出る和が 9 だけ

答え **う…1 え…8 お…2 か…8**

1 **いちばん小さい和が 3** → (1)と同じで、どちらか一方のさいころだけ「1」がシールでかくれています(両方かくれたら、いちばん小さい和は $2+2=4$ になってしまう)。「1 の面」は面の中でいちばん小さい数で、う は お 以下なので、1 がかくれたのは C です。 → **う $=1$**。D のシールは 2〜6 のどれかの面にはってあります。

2 **いちばん大きい和が 16** → もとの目は 6 までなので、16 を作れるのは「シールの数どうしの和」しかありません(片方が 6 以下だと、もう片方は 10 以上が必要でムリ)。だから え $+$ か $=16$ で、(え, か) は **(7, 9)、(8, 8)、(9, 7)** の 3 通りにしぼれます。

3 ここで、シール以外の目どうしの和を表にします。C に残った目は 2, 3, 4, 5, 6。D は(まだどの面にシールがあるか分からないので)1〜6 を全部書いておきます。

C＼D	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

表ア:C の残りの目(2〜6)と、D のもとの目(1〜6)の和

この表では、**7 が 5 回、8 が 5 回、9 が 4 回** 出ています。D にシールをはると、この表の **たて 1 列が消えます**。また、シールの数は 7 以上なので、シールを使った和は $7+1=8$ 以上です。つまり **和 7 はシールでふやせません。**

4 **お(消える列)を決めます。** 9 を 1 位にするには、7 と 8 をへらすか、9 をふやす必要があります。シールを使ってできる和 9 は、「C のシール+D の目」で多くて 1 回、「D のシール+C の目」で多くて 1 回です。

- 6 の列を消す:7 は 5 回のまま。9 は $3+6$ が消えて 3 回になり、シールで 2 回ふえても 5 回で、7 をこえられません。×
- 3, 4, 5 の列を消す:7 も 8 も 4 回、9 も 1 つ消えて 3 回。9 が 1 位になるには、シールで 9 を 2 回ふやす必要があります。「D のシール+C の目(2〜6)$=9$」になるのは か $=7$ のときだけで、そのとき え $=9$。すると「C のシール $9+$ D の目」は 10 以上で、9 になりません。×
- **2 の列を消す**:2 の列は 4, 5, 6, 7, 8 で、9 が入っていません。7 は 4 回、8 は 4 回、9 は 4 回のまま。あとはシールで 9 だけをふやせばよい。◯

だから お $=$ **2** です。D に残った目は 1, 3, 4, 5, 6 です。

5 **え と か を決めます。** 3 通りを順に調べます。

- (7, 9):$7+1=8$ ができて 8 が 5 回になります。9 はふえず 4 回のまま。×
- (9, 7):$7+2=9$(D のシール+C の 2)で 9 は 5 回。ところが 10 も、表の 3 回$(4+6、5+5、6+4)$に $9+1$ と $7+3$ が加わって 5 回になり、9 と同じ回数です。×
- **(8, 8)**:$8+1=9$(C のシール+D の 1)で 9 は 5 回。10 は表の 3 回に $8+2$(D のシール+C の 2)が加わって 4 回。7 も 8 も 4 回なので、**9 だけが 1 位。**◯

6 最後に、全部の和を表にしてたしかめます。

C ＼ D	1	3	4	5	6	シール 8
2	3	5	6	7	8	10
3	4	6	7	8	9	11
4	5	7	8	9	10	12
5	6	8	9	10	11	13
6	7	9	10	11	12	14
シール 8	9	11	12	13	14	16

C:1 の面にシール 8　D:2 の面にシール 8 → 9 は 5 回で、ほかは 4 回以下

9 が 5 回(黄色)、7・8・10・11 は 4 回ずつなので、条件に合っています。

ポイント

さいころ 2 個の和は **6×6 の表** にするのが基本です。条件が多いときは、①最小・最大の和でシールの場所と数をしぼる → ②「いちばん多い和」は、表のどの列が消え、どの和がふえるかを数える、の順に進めます。ふつうのさいころ 2 個なら 7 がいちばん多い(6 回)ことも覚えておきましょう。

問題

(3) 1 から 6 までの数字がそれぞれ書かれた，さいころ E とさいころ F があります。それぞれのさいころの 1 つの面の上にシールをはり，シールに 1 から 9 のうちの 1 つの数字をそれぞれ選んでペンで書きます。これらのさいころを同時に投げて出る数字の和をすべて調べてみると次のようになりました。

・最も大きい和は 16
・最も小さい和は 3
・最も多く現れる和は 7 と 8 となる場合のみ

このとき，次の [き] ～ [こ] にあてはまる数はいくつですか。
ただし，[き] は [け] 以下の数であるとします。
「E の [き] の面の上にシールをはり，シールに書いた数字は [く] 」
「F の [け] の面の上にシールをはり，シールに書いた数字は [こ] 」

(3) いちばん多く出る和が 7 と 8

答え　き…1 く…7 け…6 こ…9

1 いちばん小さい和 3、いちばん大きい和 16 は (2) と同じなので、(2) と同じ理由で [き] = 1、F のシールは 2～6 のどれかの面、([く], [こ]) は (7, 9)、(8, 8)、(9, 7) のどれかです。(2) の表ア(7 が 5 回、8 が 5 回、9 が 4 回)を、C を E、D を F と読みかえて使います。

2 今度は **7 と 8 が同じ回数で 1 位** になります。和 7 はシールでふやせない(シールを使った和は 8 以上)ことに注意して、消える列 [け] で場合分けします。

3 **2～5 の列を消す場合:** 7 も 8 も表では 4 回になります。7 はふやせないので、8 も 4 回のまま(だから [く] は 7 ではない。7 + 1 = 8 ができてしまうから)、ほかの和は 3 回以下でないといけません。

- 2 の列を消すと、9 が 4 回のままで、9 も 1 位になってしまいます。×

- 3, 4, 5 の列を消すと 9 は 3 回。でも く $=8$ なら $8+1=9$、く $=9$ なら こ $=7$ で $7+2=9$ ができ、どちらも 9 が 4 回になって 7・8 とならんでしまいます。×

4 **6 の列を消す場合:** 6 の列は 8, 9, 10, 11, 12 なので、7 は 5 回のまま、8 は $2+6$ が消えて 4 回。8 をあと 1 回ふやせば 7 とならびます。シールを使って 8 を作れるのは **$7+1$(E のシール 7+F の 1)だけ**です(F のシールは 7 以上、E の目は 2 以上なので、F のシールを使う和は 9 以上)。だから **く $=7$、こ $=16-7=9$、け $=6$。**

5 全部の和を表にしてたしかめます。

E＼F	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	シール 9
2	3	4	5	6	7	11
3	4	5	6	7	8	12
4	5	6	7	8	9	13
5	6	7	8	9	10	14
6	7	8	9	10	11	15
シール 7	8	9	10	11	12	16

E:1 の面にシール 7　F:6 の面にシール 9 → 7 と 8 が 5 回ずつで、ほかは 4 回以下

7 が 5 回、8 が 5 回、次に多いのは 6 と 9 の 4 回ずつなので、条件に合っています。

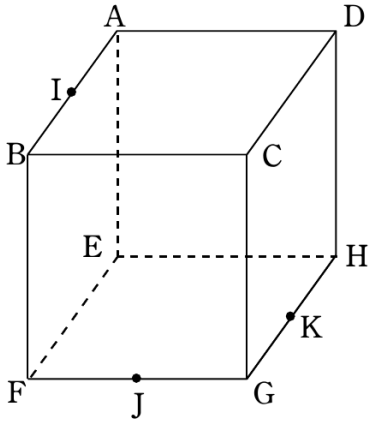
ポイント

(2) で作った表や考え方は (3) でもそのまま使えます。豊島岡の大問は **前の小問が次のヒント** になっていることが多いので、「何が同じで、何が変わったか」を見くらべましょう。

6 立体図形(立方体の切断・くりぬき)

問題

6 ＜図 1＞のように，立方体 ABCD-EFGH において，辺 AB，辺 FG，辺 GH の真ん中の点をそれぞれ I，J，K とし，点 I，J，K を通る面でこの立体を切ったときにできる面を (あ) とします。



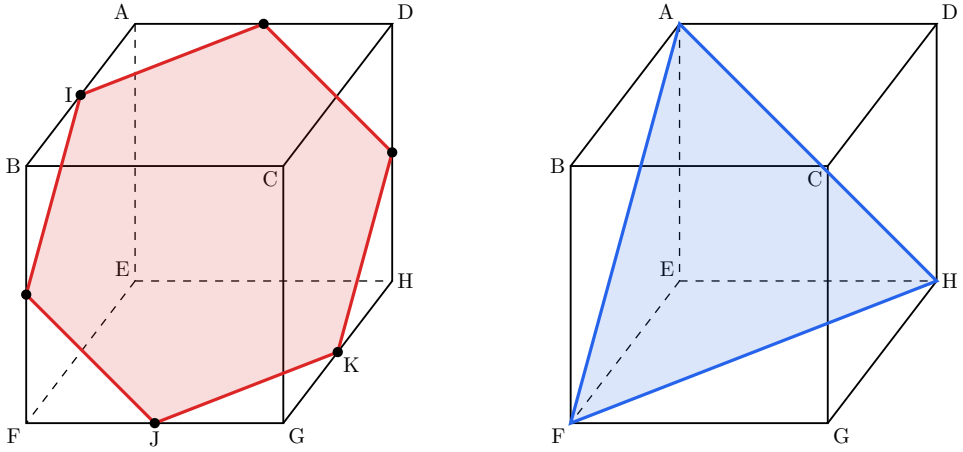
＜図 1＞

(1) 点 A，F，H を通る面でこの立方体を切ったときにできる面を (い) とします。このとき，(い) の面積は (あ) の面積の何倍ですか。

(1) 正六角形と正三角形を小さな正三角形で数える

答え $\frac{2}{3}$ 倍

1 まず面 (あ) の形を調べます。I, J, K を通る平面は、辺 BF、辺 DH、辺 AD の真ん中の点も通り、切り口は **6 つの辺の真ん中の点を結んだ六角形** になります(J と K を結ぶ。平行な面の切り口は平行になるので、上の面では I から JK と平行な線を引く、…と進めます)。

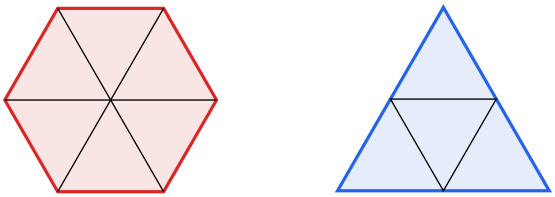


左:面あ(正六角形)　右:面い(正三角形 AFH)

2 **辺の長さをくらべます。** 正方形の面の対角線の長さを「2」とします。

- 面 (あ) の辺(たとえば JK)は、となり合う辺の真ん中どうしを結んだ線なので、対角線 FH の半分。長さ「1」。6 本とも同じ長さで、角の大きさもすべて等しいので **1 辺が「1」の正六角形** です。
- 面 (い) の辺 AF、FH、HA は、どれも正方形の面の対角線。**1 辺が「2」の正三角形** です。

3 1 辺「1」の小さな正三角形が何個分かを数えます。正六角形は中心と頂点を結ぶと **6 個**。1 辺「2」の正三角形は、各辺の真ん中を結ぶと **4 個** に分けられます。



面あ:6 個　　面い:4 個

同じ大きさの小さな正三角形で数える

4 だから、

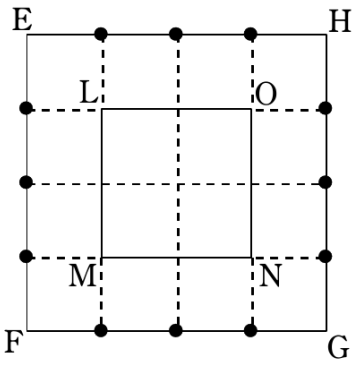
$$(い) \div (あ) = 4 \div 6 = \frac{2}{3} \text{(倍)}$$

ポイント

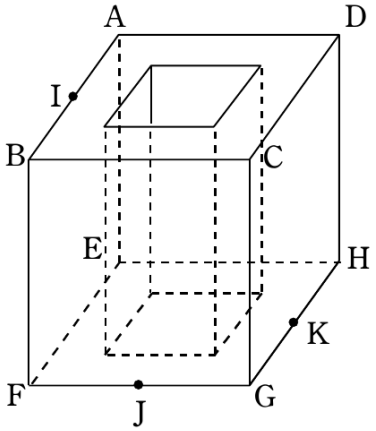
立方体を「辺の真ん中の点」で切ると **正六角形**、「3 つの頂点」で切ると **正三角形** になるのは定番です。面積をくらべるときは、ルートなどは使わず、**同じ大きさの小さな正三角形が何個分か** で数えます。

問題

(2) 立方体の面 EFGH について，＜図 2＞のそれぞれの辺の上の点は，辺を 4 等分した点を表しています。このとき，＜図 3＞のように，正方形 LMNO を底面とする直方体を立方体からくりぬきます。点 I，J，K を通る面でこの立体を切ったときにできる面を (う) とします。このとき，(う) の面積は (あ) の面積の何倍ですか。



＜図 2＞



＜図 3＞

(2) 真上から見た図でくらべる

答え $\frac{2}{3}$ 倍

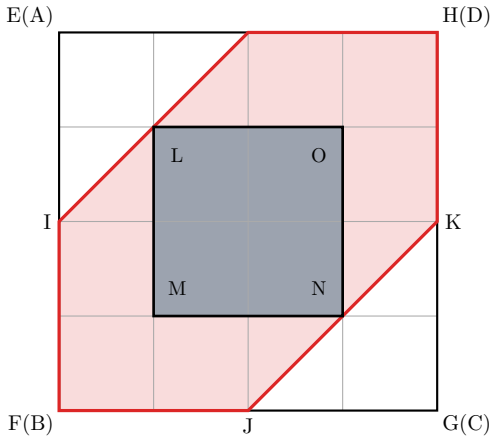
1 切り口のうち、くりぬいた穴の中にある部分は「面」になりません。だから、面 (う) は **面 (あ) から、穴に入っている部分を取りのぞいた形** です。ななめの面のままでは考えにくいので、**真上から見た図** でくらべます。

2 **なぜ真上から見てよいか:** 切り口は 1 枚の平らな面で、どこも同じかたむきです。かたむいた面を真上から見ると、どの部分も同じ割合でちぢんで見えます。だから、**面積の比は、真上から見た図の面積の比と同じ** です。

3 面 (あ) を真上から見ます。立方体の 1 辺を 4 とすると、真上から見た面 (あ) は、6 つの点(辺の真ん中)を結んだ六角形で、4×4 の正方形から、すみの直角二等辺三角形(等しい辺が 2)を 2 つ切り取った形です。

$$4 \times 4 - 2 \times 2 \div 2 \times 2 = 16 - 4 = 12 \text{ (マス)}$$

4 穴は、真上から見ると真ん中の正方形 LMNO(2×2 = 4 マス)で、上から下までまっすぐつらぬいています。この正方形は六角形の中にすっぽり入っている(L と N がちょうど六角形の辺の上)ので、取りのぞく部分は 4 マス分です。



真上から見た図(赤:面あ=12 マス、灰色:穴=4 マス)

5 残る部分は 12 − 4 = 8(マス)なので、

$$(う) \div (あ) = 8 \div 12 = \frac{2}{3} \text{ (倍)}$$

ここに注意!

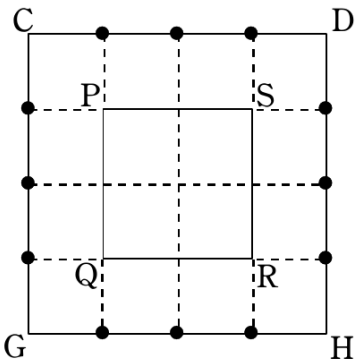
(1) も同じ方法でたしかめられます。面 (い)(三角形 AFH)は面 (あ) と平行で同じかたむきです。真上から見ると三角形 EFH になり、$4 \times 4 \div 2 = 8$(マス)。$8 \div 12 = \frac{2}{3}$ で、(1) の答えと合います。

ポイント

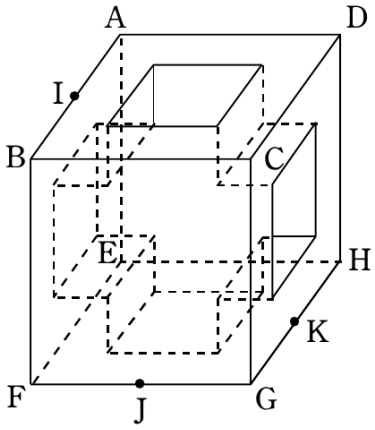
ななめの切り口どうしの面積の **比** は、**真上(または真横)から見た図** でくらべられます。まっすぐつらぬく穴は、穴の方向から見ればただの正方形になるので、方眼(ほうがん)でマスを数えるだけで解けます。

問題

(3) 立方体の面 CGHD について，＜図 4＞のそれぞれの辺の上の点は，辺を 4 等分した点を表しています。このとき，＜図 5＞のように，(2) で直方体をくりぬいてできた立体から正方形 PQRS を底面とする直方体をくりぬきます。点 I，J，K を通る面でこの立体を切ったときにできる面を (え) とします。このとき，(え) の面積は (あ) の面積の何倍ですか。



＜図 4＞



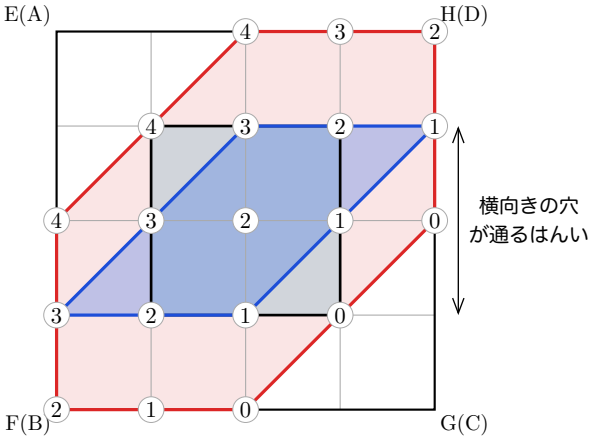
＜図 5＞

(3) 切り口の高さを書きこんで、横向きの穴をうつす

答え $\frac{7}{12}$ 倍

1 (2) と同じように真上から見た図で考えます。新しい穴は、面 CGHD から反対側の面まで、**横向き(図では左右の向き)** につらぬいています。この穴は、図 4 より「おく行きは手前から 1〜3 の所」「**高さは 1〜3 の所**」にあります。そこで、切り口の **高さ** を真上から見た図に書きこみます。

2 切り口の高さを調べます。J と K は底の面にあるので高さ 0、I は上の面にあるので高さ 4 です。手前の面を見ると、切り口は J(高さ 0)から辺 BF の真ん中(高さ 2)まで、「左に 2 進むと 2 上がる」直線です。つまり **1 マス左に進むと高さが 1 上がります。** おく行きの向きも同じで、1 マスおくに進むと高さが 1 上がります。これをもとに、マス目の点に高さを書くと下の図のようになります。



真上から見た図。数字は切り口の高さ。青い線の間が「高さ 1〜3」

3 横向きの穴に入るのは、図の「上から 1〜3 の横の帯(おび)」の中で、**高さが 1〜3** の部分です。高さ 3 の点どうし、高さ 1 の点どうしを結ぶと、青い **平行四辺形**(底辺 2、高さ 2)になります。面積は $2 \times 2 = 4$(マス)で、六角形の中に入っています。

4 取りのぞく部分は、「たての穴の正方形(4 マス)」と「横の穴の平行四辺形(4 マス)」を合わせた形です。重なっている部分を 2 回数えないように、**正方形に、平行四辺形のはみ出した部分を足します。**はみ出しているのは、左右の小さな直角二等辺三角形(等しい辺が 1)2 つです。

> はみ出し:$1 \times 1 \div 2 \times 2 = 1$(マス)
> 取りのぞく部分:$4 + 1 = 5$(マス)

5 残る部分は $12 - 5 = 7$(マス)なので、

$$(え) \div (あ) = 7 \div 12 = \frac{7}{12}\ (倍)$$

ここに注意!

「穴が 2 つだから $12 - 4 - 4 = 4$」としてはいけません。2 つの穴は立方体の真ん中で重なっているので、切り口でも重なり(3 マス分)があります。

ポイント

ななめの切り口と、横向きの穴や段(だん)が出てきたら、真上から見た図に **切り口の高さ** を書きこみます。「高さが◯〜△の部分」を図の上で囲めば、立体を頭の中で想像しなくても、平面の図形の問題として解けます。